

Fábio Nascimento Rodrigues

# **Identificação de modelos de um Motor de Combustão Interna do tipo Glow**

Manaus - AM

2022

Fábio Nascimento Rodrigues

## **Identificação de modelos de um Motor de Combustão Interna do tipo Glow**

Projeto de Pesquisa desenvolvido durante a disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso II e apresentada à banca avaliadora do Curso de Engenharia de Controle e Automação da Escola Superior de Tecnologia da Universidade do Estado do Amazonas, como pré-requisito para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Universidade do Estado do Amazonas – UEA

Escola Superior de Tecnologia – EST

Curso de Engenharia de Controle e Automação

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Farias Araújo

Manaus - AM

2022

Fábio Nascimento Rodrigues

## Identificação de modelos de um Motor de Combustão Interna do tipo Glow

Projeto de Pesquisa desenvolvido durante a disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso II e apresentada à banca avaliadora do Curso de Engenharia de Controle e Automação da Escola Superior de Tecnologia da Universidade do Estado do Amazonas, como pré-requisito para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Trabalho aprovado. Manaus - AM, 25/10/2022:



---

**Prof. Dr. Rodrigo Farias Araújo**

Orientador



---

**Prof. Me. Cleto Cavalcante de Souza**



---

**Prof. Dr. Israel Mazaira Morales**



---

**Prof. Dr. Almir Kimura Junior**

Manaus - AM

2022

# Agradecimentos

Primeiramente eu gostaria de agradecer à minha família como um todo, principalmente minha mãe Eliane e meu pai Plínio, sem eles eu não chegaria até aqui, com todo o suporte, ensinamentos, apoio e forças para nunca desistir e me dando motivação sempre.

À minha namorada e futura esposa Laura Araújo e sua família, que se tornou minha família também, com o suporte por todo o momento em que eu precisei, com todo carinho e amor.

Ao meu orientador Rodrigo Farias, com todo o suporte, atenção, e ajuda, foi muito mais que um orientador, me deu toda a atenção e ensinamentos sem nem mesmo ter sido meu professor em qualquer matéria, conheci ele por indicação, e não teria outra pessoa melhor pra ter sido meu orientador.

À todos os meus amigos, não vou citar nomes pois foram tantos que seria difícil eu listar todos, mas que cada um tem o seu espaço em meu coração, e que me ajudaram muito, seja nos momentos de estudos, quanto nos momentos de diversão e distração.

Por último, mas de importância enorme, quero agradecer também ao Charles Melo, sempre me ajudou, foi muito mais que um excelente professor, foi um amigo e vai ficar pra sempre em minha memória, infelizmente nunca cheguei a falar pra ele o quanto ele me ajudou em toda minha jornada da engenharia, saudades eternas.

*“O seu mundo munda quando você muda”*

# Resumo

Os motores de combustão do tipo glow são amplamente utilizados no aeromodelismo, como principal motor, onde a hélice acoplada a este gera empuxo suficiente para criar movimento. Este trabalho aborda a modelagem matemática de um motor glow através da modelagem caixa preta, usando os modelos ARX para fazer a identificação dos sistemas. A partir da aplicação de sinais de entrada aleatórios, os sinais de saídas do sistema são adquiridos e utilizados em conjuntos para estimação dos parâmetros de modelos ARX. O estimador de mínimos quadrados é utilizado para determinar a estrutura do modelo, enquanto o estimador recursivo de mínimos quadrados com fator de esquecimento é aplicado para estimação de modelos variantes no tempo, característica encontrada no motor do tipo glow. Finalmente, comparações entre os modelos invariantes e variantes no tempo são fornecidas.

**Palavras-Chave:** Identificação de Sistemas, Motor Glow, Estimação de Sistemas Variantes no Tempo, Modelos ARX.

# Abstract

Glow-type combustion engines are widely used in aeromodelling as the main engine, where the propeller attached to it generates enough thrust to create motion. This work discusses the mathematical modeling of a glow engine through black box modeling, using ARX models to do system identification. From the application of random input signals the system output signals are acquired and used in sets for parameter estimation of ARX models. The minimum squares estimator is used to determine the model structure, while the recursive minimum squares estimator with forgetting factor is applied for estimation of time-varying models, a characteristic found in the glow-type engine. Finally, comparisons between the time invariant and time variant models are provided.

**Keywords:** System Identification, Glow Motor, Estimation of Time Variant Systems, ARX Models.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Motor de combustão interna do tipo glow. . . . .	14
Figura 2 – Vista explodida do motor glow. . . . .	15
Figura 3 – Diagrama de blocos do modelo ARX. . . . .	18
Figura 4 – Sinal persistentemente excitante. . . . .	19
Figura 5 – Reta estimada a partir de um conjunto de pontos $(x)$ dados e $(-)$ reta ajustada usando o método de mínimos quadrados. . . . .	20
Figura 6 – Diagrama de blocos geral da metodologia utilizada. . . . .	22
Figura 7 – Válvula do carburador com abertura suficiente para iniciar o funcionamento. . . . .	23
Figura 8 – Servomotor. . . . .	25
Figura 9 – Servomotor com haste fixada na válvula do carburador. . . . .	26
Figura 10 – Módulo infravermelho, visão superior. . . . .	26
Figura 11 – Módulo infravermelho, visão inferior, com emissor e receptor. . . . .	26
Figura 12 – Instalação do sensor infravermelho. . . . .	27
Figura 13 – Arduino Mega. . . . .	28
Figura 14 – Diagrama do circuito eletrônico. . . . .	28
Figura 15 – Vista superior do protótipo de testes. . . . .	29
Figura 16 – Vista inferior do protótipo de testes, mostrando parte elétrica. . . . .	29
Figura 17 – Diagrama de blocos do <i>Simulink</i> . . . . .	30
Figura 18 – Diagrama de blocos do atuador. . . . .	30
Figura 19 – Diagrama de blocos do sensor. . . . .	30
Figura 20 – Dados de Teste I. . . . .	31
Figura 21 – Dados de Teste II. . . . .	32
Figura 22 – Critério de Akaike para o Teste I. . . . .	33
Figura 23 – Critério de Akaike para o Teste II. . . . .	33
Figura 24 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados em batela - Teste I. . . . .	34
Figura 25 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados em batela - Teste II. . . . .	35
Figura 26 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com $\lambda = 1$ - Teste I. . . . .	36
Figura 27 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com $\lambda = 1$ - Teste I. . . . .	37
Figura 28 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com $\lambda = 1$ - Teste I. . . . .	37
Figura 29 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com $\lambda = 1$ - Teste II. . . . .	38
Figura 30 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com $\lambda = 1$ - Teste II. . . . .	38

Figura 31 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com $\lambda = 1$ - Teste II. . . . .	39
Figura 32 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com $\lambda = 0,98$ - Teste I.	40
Figura 33 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com $\lambda = 0,98$ - Teste I. . . . .	40
Figura 34 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com $\lambda = 0,98$ - Teste I. . . . .	41
Figura 35 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com $\lambda = 0,95$ - Teste I.	41
Figura 36 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com $\lambda = 0,95$ - Teste I. . . . .	42
Figura 37 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com $\lambda = 0,95$ - Teste I. . . . .	42
Figura 38 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com $\lambda = 0,98$ - Teste II. . . . .	43
Figura 39 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com $\lambda = 0,98$ - Teste II. . . . .	44
Figura 40 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com $\lambda = 0,98$ - Teste II. . . . .	44
Figura 41 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com $\lambda = 0,95$ - Teste II. . . . .	45
Figura 42 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com $\lambda = 0,95$ - Teste II. . . . .	45
Figura 43 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com $\lambda = 0,95$ - Teste II. . . . .	46

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
<b>1.1</b>	<b>Trabalhos Relacionados</b>	<b>12</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>12</b>
1.2.1	Geral	12
1.2.2	Específicos	12
<b>1.3</b>	<b>Estrutura da Monografia</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>Motor de Combustão Interna do Tipo Glow</b>	<b>14</b>
2.1.1	Partes do motor	15
2.1.1.1	Partes móveis	16
2.1.1.2	Partes fixas	16
<b>2.2</b>	<b>Identificação de Sistemas</b>	<b>16</b>
2.2.1	Representação de Sistemas Lineares	17
2.2.1.1	Função de Transferência	17
2.2.1.2	Modelos ARX	17
2.2.2	Estimador de Mínimos Quadrados	18
2.2.2.1	Estimador Recursivo de Mínimos Quadrados	20
2.2.2.2	Seleção da estrutura do modelo	21
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>22</b>
<b>3.1</b>	<b>Hardware Mecânico – Motor Glow</b>	<b>22</b>
3.1.1	Funcionamento	22
3.1.2	Regulagem das agulhas de alta e baixa	24
<b>3.2</b>	<b>Hardware Eletrônico</b>	<b>25</b>
3.2.1	Servomotor	25
3.2.2	Sensor Infravermelho	25
3.2.3	Arduino e Circuito Eletrônico	27
3.2.4	Aquisição de Dados	29
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>31</b>
<b>4.1</b>	<b>Determinando a Ordem do Modelo</b>	<b>32</b>
<b>4.2</b>	<b>Estimação em Batelada</b>	<b>34</b>
<b>4.3</b>	<b>Estimação Recursiva</b>	<b>35</b>
4.3.1	Sem fator de esquecimento	35
4.3.1.1	Teste I	36

4.3.1.2	Teste II . . . . .	36
4.3.2	Com fator de esquecimento . . . . .	39
4.3.2.1	Teste I . . . . .	39
4.3.2.2	Teste II . . . . .	41
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>47</b>
<b>5.1</b>	<b>Trabalhos Futuros . . . . .</b>	<b>48</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>49</b>

# 1 Introdução

Existem basicamente 3 métodos de modelagem de sistema. O primeiro método de modelagem sugere olhar dentro do sistema, observar como o sistema funciona, o que ele faz, e então tentamos modelá-lo a partir de equações físicas já conhecidas. Por exemplo, se o sistema de interesse for um circuito elétrico, pode-se utilizar equações como as leis de Kirchhoff, ou se for sistema mecânico baseia-se nas leis de Newton. Este método é chamado de modelagem pela física do processo ou modelagem caixa branca. De certa forma, olhamos dentro desta caixa e queremos ver o que é o sistema (AGUIRRE, 2015).

Por outro lado, no outro extremo, são feitas suposições diferentes. Não queremos ver o que está dentro da caixa (sistema), então imaginamos que a caixa é opaca e não sabemos exatamente o que é o sistema e como ele se comporta. Uma maneira de fazer isso é por meio de dados, onde o que é necessário fazer é experimentar, testar sinais de entrada, e verificar como o sistema reage a estes estímulos no domínio do tempo, e a partir disso gerar um modelo matemático. Essa forma de se obter um modelo é baseada em dados e não nas equações da física. Esse tipo de modelagem chamamos de identificação de sistemas ou pelo jargão, modelagem caixa preta, no sentido de que não olhamos para dentro do sistema para saber o que ele é fisicamente, observamos apenas os dados que vêm tipicamente de testes ou eventualmente de dados históricos (AGUIRRE, 2015).

Entre os dois métodos descritos acima, há a modelagem caixa cinza, que mescla esses dois aspectos. Por um lado, além dos dados dinâmicos, um determinado tipo de informação também é utilizada para construir o modelo, este processo pode não ser bem conhecido, então vamos nos concentrar na modelagem caixa preta ou identificação de sistemas.

Assim, é possível apenas realizando o uso de dados de testes de entrada e saída, isto é, aplicando-se métodos de identificação de sistemas, obter um modelo matemático que não se utiliza de equações físicas, visando o projeto de um sistema de controle de velocidade de um motor a combustão interna?

Para o caso em questão, devido a necessidade de conhecimentos específicos, o tempo necessário, e complexidade do sistema em razão ao número de variáveis, o modelo a ser utilizado será o modelo caixa preta onde não se leva a física do fenômeno em consideração e a precisão do modelo é tão boa quanto o método matemático tradicionalmente conhecido, pois usará os dados do próprio sistema.

## 1.1 Trabalhos Relacionados

Este trabalho é relacionado principalmente àqueles que utilizam técnicas de identificação de sistemas para obtenção de um modelo matemático de um sistema dinâmico. Por exemplo, a identificação de sistemas em motores de indução trifásicos apresentada por (BORGES, 2016). Enquanto os autores em (MOREIRA, 2013), utilizaram modelos ARX (do inglês *AutoRegressive with eXogenous inputs*) e ARMAX (do inglês *AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*) para modelar um sistema dinâmico de elastomassas MEMS (do inglês *MicroElectroMechanical Systems*), ou ainda (RODRIGUES, 2016) que propôs desenvolvimento de um modelo de caixa preta de um transformador monofásico. Similar aos trabalhos anteriores, um dos objetivos deste trabalho é obter modelos ARX para a modelagem de um motor de combustão interna do tipo glow utilizado em aeromodelos.

No entanto, trabalhos que tratam do problema de controle de velocidade de motores também possuem temas em comum, como (FREITAS, 2015) que tinha como objetivo diminuir a poluição causada através da queima de combustível fóssil, desenvolvendo técnicas que minimizasse as perdas de eficiência energética relacionadas a componentes mecânicos através do controle de velocidade de um motor elétrico para o uso em automóveis, e com a modelagem de um motor elétrico apresentada em (CEOLLA, 2019), em que é possível observar as formas utilizadas para o controle de rotação para o desenvolvimento do controle de velocidade do motor do tipo glow, após a etapa de identificação do mesmo.

Como trabalho relacionado é importante mencionar também a dissertação de mestrado do Moura (2014) sobre a modelação de identificação de um motor DC e a monografia de Sá e Amorim (2013) com o tema identificação e projeto de controladores aplicados em um motor CC onde ambos os trabalhos, os sistemas desenvolvidos permitem obter novos valores de parâmetros de forma simples e eficiente para melhor aproximar o sistema real em estudo. A solução encontrada é confirmada usando diferentes sinais de entrada aplicados ao sistema e conferido seus resultados com os obtidos a partir do novo modelo.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Geral

Realizar a identificação de modelo matemático, usando o método de modelagem caixa preta, de um motor de combustão interna do tipo glow.

### 1.2.2 Específicos

- Estudar os métodos identificação do sistemas do tipo modelagem caixa preta.

- Analisar o funcionamento do motor de combustão interna do tipo glow.
- Ajustar as condições de operação do motor de combustão interna do tipo glow.
- Executar experimentos para obtenção dos dados para a análise e estimação do modelo matemático.
- Utilizar métodos de identificação em batelada para se obter os modelos ARX.
- Utilizar métodos de identificação recursivos para se obter os modelos ARX.
- Comparar os métodos de identificação em batelada com os recursivos.

### 1.3 Estrutura da Monografia

O restante desta proposta de TCC é dividida conforme os capítulos a seguir. O Capítulo 2 apresenta o referencial teórico utilizado pela monografia, tratando principalmente dos métodos de identificação e representação ARX. Em seguida o Capítulo 3 discute sobre a metodologia a ser empregada para a condução dos experimentos no sistema real. O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos com a estimação em batelada e recursiva. Finalmente o Capítulo 5 conclui o trabalho.

## 2 Referencial Teórico

Neste capítulo serão abordadas os principais temas teóricos utilizados como base para o desenvolvimento do estudo, tais como, descrição do sistema prático a ser utilizado e a ideia básica sobre identificação de sistemas.

### 2.1 Motor de Combustão Interna do Tipo Glow

O motor do tipo glow, mostrado na Figura 1, é um motor de combustão interna a pistão usado no aeromodelismo. Um aspecto que o diferencia dos outros tipos de motores é o combustível, o qual se mistura com produtos nitrados que possuem como principal produto químico o nitrometano, a fim de melhorar o desempenho. Porém, a principal diferença está no dispositivo de ignição, pois no caso de um motor glow, a ignição é iniciada por um dispositivo que acende ao invés de gerar faíscas. É por isso que é conhecido como motor glow-plug (RODRIGUES, 2004).

Figura 1 – Motor de combustão interna do tipo glow.



Fonte: Hobby (2020).

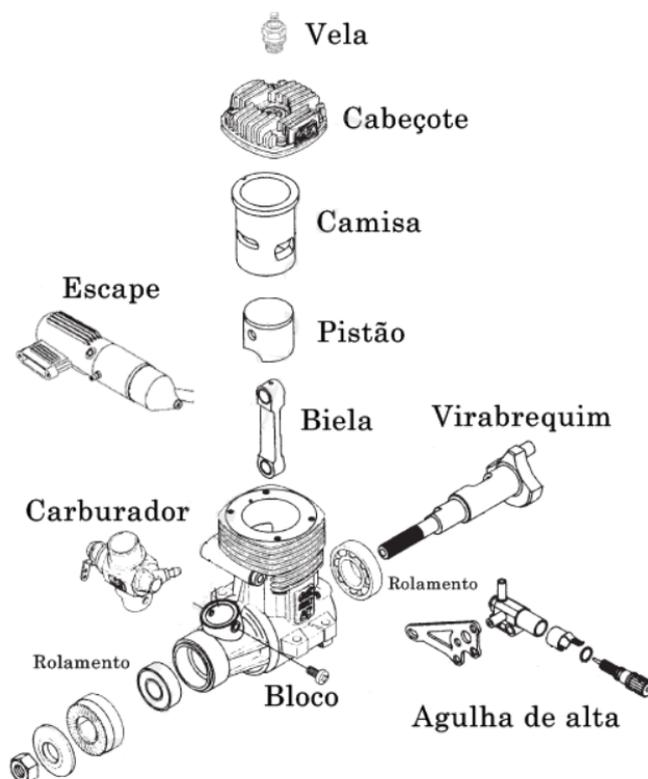
Este tipo de motor geralmente usa metanol e óleo de rícino (mamona) para lubrificação. Eles podem ser motores de quatro ou dois tempos, mas os motores de incandescência de dois tempos são amplamente usados devido ao seu baixo custo. Os motores de dois tempos são assim chamados porque o ciclo completo de seu funcionamento ocorre em apenas 2 movimentos do pistão: um movimento de subida e o outro de descido, ou seja, a rotação completa do virabrequim (SOBRAL, 2015).

O motor glow é resfriado a ar e a detonação ocorre ao comprimir e queimar a mistura ar-combustível. Para que ocorra a primeira explosão, a vela localizada na câmara de combustão, mais especificamente no cabeçote, precisa ser aquecida por um aquecedor elétrico. O aquecedor consiste em uma bateria recarregável de 1,2 V. Devido à pressão exercida no tanque de combustível, este é puxado para dentro do cilindro. Essa pressão é fornecida pelo gás de exaustão, pois parte desses gases é conduzida para o tanque de combustível através de uma mangueira que conecta o tanque de combustível ao dispositivo de exaustão. Uma vez que não há árvore de barras ou sistema de válvula para coordenar o ciclo de trabalho, o próprio pistão é responsável por abrir e fechar a entrada de combustível da câmara de combustão e a saída do gás de combustão (SOBRAL, 2015).

### 2.1.1 Partes do motor

Podemos dividir o motor do tipo glow em duas grandes partes principais. As partes móveis, que realizam movimento quando o motor está em funcionamento, e as partes fixas, que não ficam em movimento e permanecem estáticas. A Figura 2 mostra uma vista explodida das partes móveis e fixas. A seguir tais partes são descritas.

Figura 2 – Vista explodida do motor glow.



Fonte: SOBRAL (2015).

### 2.1.1.1 Partes móveis

- **Pistão:** converte a energia da queima de combustível em movimento vertical.
- **Virabrequim:** converte o movimento linear do pistão em movimento rotativo. Sua parte visível é a extremidade do eixo, onde a hélice se conecta ao aeromodelo.
- **Biela:** transmite o movimento do pistão ao virabrequim.
- **Rolamentos:** dois deles sustentam o virabrequim de modo que haja pouca fricção durante a rotação.

### 2.1.1.2 Partes fixas

- **Camisa:** fornece um espaço de operação para o pistão, onde ocorre a explosão.
- **Bloco:** apoia as peças a serem conectadas, comumente conhecido como carcaça.
- **Vela:** responsável pela detonação do combustível.
- **Cabecote:** fecha a câmara de combustão e evita vazamentos. A vela é fixada no topo nele.
- **Carburador:** responsável pela mistura de ar com combustível e a dosagem de combustível no motor.
- **Agulha alta:** controla o fluxo de combustível que entra no motor em alta velocidade.
- **Escape:** suprime o ruído do motor e pressuriza o tanque de combustível. É fixado ao bloco.

## 2.2 Identificação de Sistemas

A identificação do sistema é um procedimento alternativo para obtenção de um modelo matemático que representa um sistema dinâmico. A motivação básica é simples. Suponha que os sinais de entrada,  $u(k)$  e saída  $y(k)$  de qualquer sistema estejam disponíveis. A identificação do sistema visa obter um modelo matemático que explique, pelo menos parcialmente e aproximadamente, as relações causais existentes nos dados. Em outras palavras, que tente responder à pergunta: Qual modelo existe quando o sistema é excitado por  $u(k)$  e o resultado é  $y(k)$ ? (AGUIRRE, 2007a).

## 2.2.1 Representação de Sistemas Lineares

### 2.2.1.1 Função de Transferência

As funções de transferência descrevem o comportamento dinâmico dos pares entrada-saída, ou seja, descrevem como uma determinada entrada é dinamicamente “transferida” para a saída do sistema. Por definição, a função de transferência de um sistema é a transformada de Laplace de sua resposta ao impulso. Para um sinal de entrada com um espectro de frequência suficientemente amplo, o valor estimado da função de transferência do sistema pode ser obtido dividindo a transformada de Laplace da saída pela transformada de Laplace da entrada sob condições iniciais nulas. Portanto, a função de transferência é geralmente expressa como a razão de dois polinômios em  $s$  (AGUIRRE, 2007b).

Um problema típico na modelagem de sistemas lineares é obter suas respectivas funções de transferência. No caso em que a equação diferencial que descreve o sistema é conhecida, a função de transferência pode ser obtida usando a transformada de Laplace com condições iniciais nulas. Vale ressaltar que as equações diferenciais são geralmente obtidas a partir das leis que descrevem os fenômenos físicos envolvidos (AGUIRRE, 2015).

Embora as funções de transferência sejam uma representação bastante comum de sistemas lineares, outras estruturas, como modelos ARX, são mais adequadas à identificação de sistemas, uma vez que algoritmos já conhecidos podem ser utilizados para estimação dos parâmetros do modelo.

### 2.2.1.2 Modelos ARX

O modelo autorregressivo com entradas externas (ARX) pode ser obtido a partir do modelo geral (2.1), tomando-se  $C(q) = D(q) = F(q) = 1$ . (AGUIRRE, 2015).

$$\begin{aligned} A(q)y(k) &= \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}\nu(k) \\ y(k) &= \frac{B(q)}{F(q)A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)A(q)}\nu(k) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Resultando em

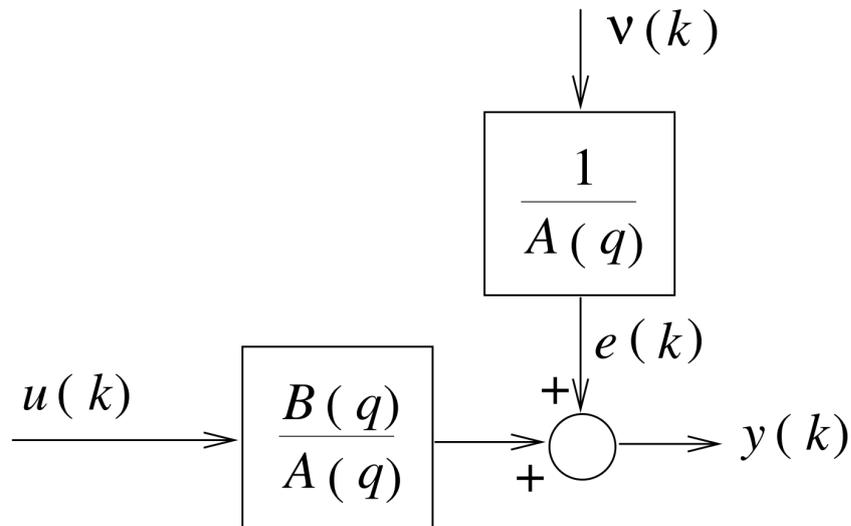
$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + \nu(k) \quad (2.2)$$

sendo  $y(k)q^{-1} = y(k-1)$ ,  $\nu(k)$  ruído branco, e  $A(q) = 1 - a_1q^{-1} - \dots - a_{n_y}q^{-n_y}$  e  $B(q) = b_1q^{-1} - \dots - b_{n_u}q^{-n_u}$ .

Para um sistema em que  $n_y = 3$  e  $n_u = 2$ , o modelo ARX é um equação de diferenças dada por:

$$y(k) = a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + a_3y(k-3) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + \nu(k) \quad (2.3)$$

Figura 3 – Diagrama de blocos do modelo ARX.



Fonte: Aguirre (2015).

Na Figura 3 é apresentado o diagrama de blocos do modelo ARX.

O processo de identificação de sistema busca estimar os coeficientes da Eq. (2.3), chamado de parâmetros do modelo ARX.

Um ponto deve ser observado com relação a entrada aplicada ao sistema de interesse,  $u(k)$ . Tal entrada deve ser persistentemente excitante Aguirre (2007a), Aguirre (2015), visando eliminar a correlação do ruído,  $\nu(k)$ , com a saída,  $y(k)$ . Dessa forma, eventuais ruídos que podem estar presentes na dinâmica do sistema não serão levados em consideração na estimativa do modelo. Um exemplo de sinal persistentemente excitante é um sinal aleatório, ilustrado na Figura 4.

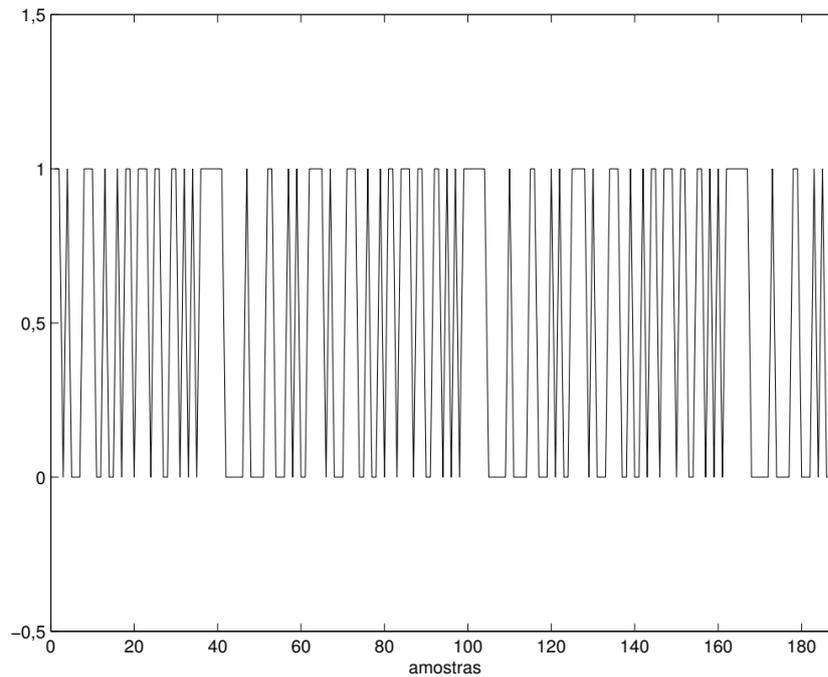
### 2.2.2 Estimador de Mínimos Quadrados

A estimativa de parâmetros é uma etapa importante na modelagem matemática de sistemas dinâmicos, pois obtém os coeficientes do modelo por meio da estimativa. Usar um estimador impróprio para o processo pode levar a dados insatisfatórios (HELENE, 2006).

O estimador mínimos quadrados é um dos recursos estatísticos mais utilizados na ciência experimental, além disso, entre os diferentes métodos de estimação de parâmetros, é considerado um dos métodos mais populares e utilizado nos mais diversos campos científicos e técnicos. Neste trabalho, o estimador de Mínimos Quadrados será utilizado para estimar os parâmetros de modelos lineares representados na forma ARX.

Seus princípios básicos podem ser encontrados nas obras astronômicas de Gauss. Esta técnica de estimação visa encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados, minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados

Figura 4 – Sinal persistentemente excitante.



Fonte: [Aguirre \(2015\)](#).

observados, essas diferenças são chamadas de resíduos. Portanto, o grau de ajuste do modelo em relação aos dados observados é maximizado.

Considerando um sistema com entrada  $u(k)$  e saída  $y(k)$ . Uma maneira de descrever a relação básica entre entrada e saída é usar a equação de diferença linear

$$y(k) - a_1y(k-1) - \dots - a_{n_y}y(k-n_y) = b_1u(k-1) + \dots + b_{n_u}u(k-n_u) \quad (2.4)$$

Como os dados observados são coletados por amostragem, o sistema é expresso em tempo discreto. Na Eq. (2.4), assume-se que o intervalo de amostragem é igual a uma unidade de tempo. Outra representação da Eq. (2.4) é observar como uma forma de determinar o próximo valor de saída dado a partir da observação anterior, como na Eq.(2.3).

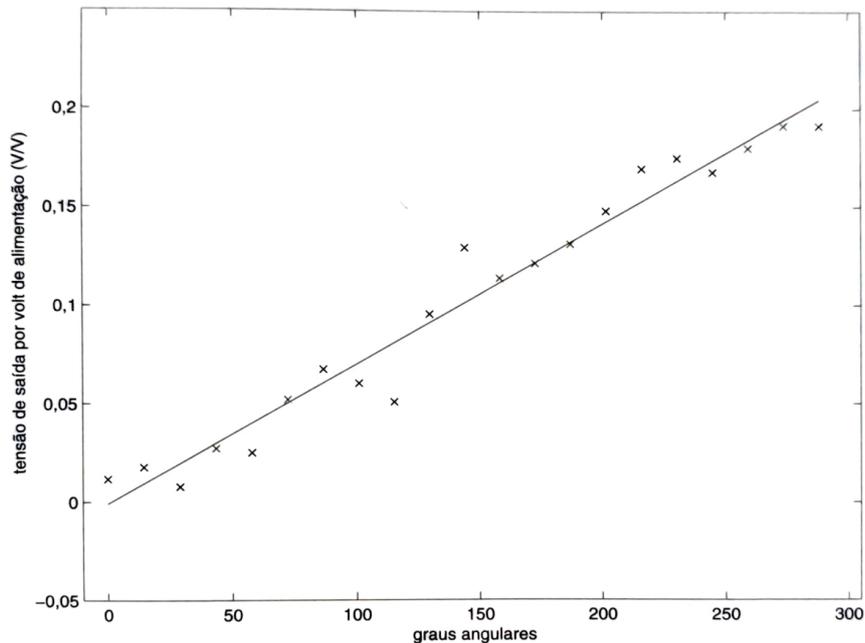
A Eq. (2.5) fornece um método para estimar os parâmetros do modelo ARX a partir do estimador de mínimos quadrados, onde  $\psi(k)$  é um vetor contendo dados experimentais de entrada e saída,  $y(k)$  contém a última saída de dados experimentais, ou seja, a saída atual, e  $\hat{\theta}$  é vetor de parâmetros estimados do modelo contendo os coeficiente da equação de diferenças ( $a_i$ ,  $b_i$ ) a serem estimados por

$$\hat{\theta} = \left[ \sum_{k=1}^N \psi(k)\psi^T(k) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \psi(k)y(k) \quad (2.5)$$

Em outras palavras, o estimador de mínimos quadrados é aquele mecanismo pelo qual seremos capazes de encontrar por exemplo, dois parâmetros utilizando toda a infor-

mação disponível, considerando os possíveis erros, como no exemplo da Figura 5, em que foi usado o estimador de mínimos quadrados para estimar e ajustar a reta a partir do conjunto de pontos (AGUIRRE, 2015).

Figura 5 – Reta estimada a partir de um conjunto de pontos ( $x$ ) dados e (–) reta ajustada usando o método de mínimos quadrados.



Fonte: Aguirre (2015).

O estimador de mínimos quadrados apresentado na Eq. 2.5 é chamado de estimador em batelada, pois utiliza um conjunto de  $N$  dados para estimar os parâmetros do modelo. Caso se queira levar em consideração um novo dado, este e todos os outros  $N$  dados deverão ser utilizados na Eq. 2.5 para estimar os novos parâmetros.

### 2.2.2.1 Estimador Recursivo de Mínimos Quadrados

Diferentemente do estimador de mínimos quadrados em batelada, o estimador recursivo de mínimo quadrados é empregado quando desejamos atualizar a estimativa do parâmetros a cada nova amostra de dados. Com isso, obtém-se várias vantagens, como: evitar a operação de inversão de matriz necessária na Eq. 2.5; é possível utilizá-lo para estimador parâmetros variantes no tempo, ou mesmo detectar pontos de mudança de operação do sistema dinâmico.

Outro vantagem é a possibilidade de se inserir o chamado fator de esquecimento ao estimador, muito útil no contexto de sistemas dinâmicos variantes no tempo, pois permite que o estimador “esqueça”, ou seja, não leve em consideração dados que estão muito no passado e não descrevem mais o sistema no instante atual.

A Eq. 2.6 apresenta as equações do estimador recursivo de mínimos quadrados.

$$\begin{aligned} K(k) &= \frac{P(k-1)\psi(k)}{\psi^T(k)P(k-1)\psi(k) + \lambda} \\ \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + K(k)[y(k) - \psi^T(k)\hat{\theta}(k-1)] \\ P(k) &= \frac{1}{\lambda} \left( P(k-1) - \frac{P(k-1)\psi(k)\psi^T(k)P(k-1)}{\psi^T(k)P(k-1)\psi(k) + \lambda} \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

em que  $\psi(k)$  é o vetor de regressores,  $K(k)$  é o ganho de atualização no instante  $k$ ,  $\hat{\theta}(k)$  é o vetor de parâmetros estimados no instante  $k$ ,  $P(k)$  é a matriz de covariância da estimativa e  $\lambda$  é o fator de esquecimento.

Se  $\lambda = 1$ , então o estimador não tem esquecimento e o vetor de parâmetros estimados no último instante dos dados é igual ao estimador de mínimos quadrados em batelada. Por outro lado, quando  $\lambda < 1$  o estimador passa a ignorar dados antigos na estimativa dos parâmetros. Tipicamente, para sistema dinâmicos lineares  $0,95 \leq \lambda \leq 0,99$ . Contudo quanto menor o valor de  $\lambda$ , maior será a modificação dos parâmetros. Assim, tal escolha deve ser um compromisso entre estimar a mudança dos parâmetros variantes rápido o suficiente sem modelar os possíveis erros que os dados podem possuir.

### 2.2.2.2 Seleção da estrutura do modelo

Vimos que o problema de estimação de parâmetros pode ser resolvido pelo estimador de mínimos quadrados clássico ou recursivo, que pode ter fator de esquecimento. No entanto, um problema relacionado a identificação de sistemas é como definir a estrutura do modelo. Por exemplo, sabendo consideraremos um modelo ARX como na Eq. (2.4), quais regressores dever compor o modelo? Ou seja qual a ordem de  $n_y$  e  $n_u$  na Eq. (2.4).

Assim, para sistemas lineares existem alguns métodos que podem ser utilizados, particularmente iremos utilizar o critério de informação de Akaike (1974) (AIC). Onde é calculado um índice dado pela seguinte equação:

$$AIC(n_\theta) = N \ln [\sigma_\xi^2(n_\theta)] + 2n_\theta \quad (2.7)$$

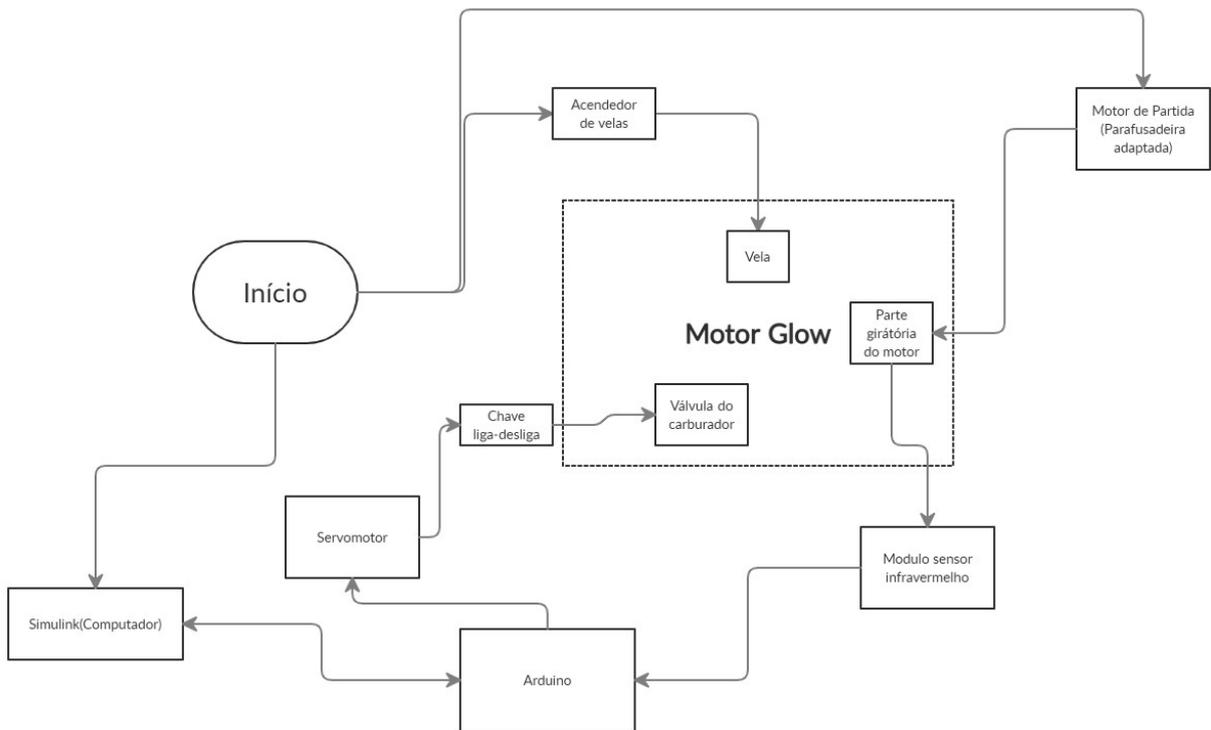
em que,  $N$  é número de dados,  $n_\theta$  é o número de parâmetros, ou seja,  $n_\theta = n_y + n_u$ , e  $\sigma_\xi^2(n_\theta)$  é a variância dos resíduos gerados pelo modelo de  $n_\theta$  parâmetros. Os resíduos são os erros de estimativas gerados pelo modelo estimado.

Assim, o AIC é calculado aumentando-se  $n_\theta$  de um em um parâmetro, primeiro adiciona-se um regressor relacionado a saída e computa-se o AIC, depois adiciona-se um regressor relacionado a entrada e computa-se o AIC. De modo que, o valor do AIC caíra conforme o número de parâmetros do modelo são aumentados. Em determinado momento o acréscimo de parâmetros não altera mais o valor do AIC. Sendo assim, o modelo possui o número de parâmetros anterior.

## 3 Metodologia

Este capítulo é dedicado a descrever a metodologia empregada para execução prática dos experimentos no motor de combustão interna do tipo glow descrito no capítulo anterior. A Figura 6 ilustra as etapas básicas para funcionamento do motor, sensor e atuador do mesmo, além do processo de aquisição de dados executado pelo software *Simulink*.

Figura 6 – Diagrama de blocos geral da metodologia utilizada.



Fonte: Autor, 2022.

### 3.1 Hardware Mecânico – Motor Glow

#### 3.1.1 Funcionamento

Primeiramente, com o motor desmontado, se estudou todo o funcionamento do motor em estudo, isto é, como acontecia as explosões para ele girar, o que acontecia quando alterava a abertura do carburador. Após a montagem o motor, foram feitas pesquisas de como iniciar o funcionamento do mesmo, entendendo a função de cada elemento do motor, como: agulhas, válvulas, vela.

Para iniciar o giro do motor, é necessário primeiramente, plugar as mangueiras de combustível, uma no escape, que fornecerá a pressão necessária para empurrar o com-

bustível para o carburador através de uma outra mangueira conectando o reservatório de combustível com carburador. Esta última deverá conter combustível inicialmente.

A forma de colocar combustível no carburador pode ser realizada colocando o dedo ou algo que feche a saída do carburador e rodando o virabrequim para o sentido anti-horário, até o combustível chegar no carburador, que é possível ver pela mangueira ser transparente e o combustível da cor rosa.

Depois de colocar o combustível no carburador, deve-se abrir cerca de 15% a 20% a válvula do carburador, exemplo Figura 7 para que ele consiga ter uma boa quantidade de ar entrando na câmara. Em seguida deve-se colocar o acendedor de velas na vela, acima do motor, tomando cuidado pra não deixar por muito tempo, pois corre-se o risco de queimar a vela. Por último para o motor dar a partida, é preciso tirá-lo da inércia, seja manualmente, usando um bastão, e rodando o virabrequim para o sentido anti-horário, ou no caso dos testes que realizei, para reduzir riscos, adaptei um dispositivo de furadeira, dessa forma foi possível colocar o motor em funcionamento sem a hélice.

Figura 7 – Válvula do carburador com abertura suficiente para iniciar o funcionamento.



Fonte: Autor, 2022.

Quando se percebe que começou a sair fumaça do escapamento, significa que o motor já está pronto para girar sem a ajuda externa, e pode-se tirar o acendedor de vela. Caso perceba que o está saindo bastante combustível pelo escapamento, a fumaça não está muito densa, o motor está variando muito a rotação, ou até mesmo demorando muito pra funcionar sem ajudas externas (dispositivo de partida e acendedor de vela), significa que uma ou as duas agulhas no carburador, não estão devidamente reguladas.

A agulha de alta regula o fluxo de combustível (controlando a proporção ar-combustível) quando o motor opera em alta rotação. É a externa, onde a mangueira de combustível fica conectada. Enquanto, a agulha de baixa regula o fluxo de combustível quando o motor opera em baixa rotação, ou seja, o carburador está em situação de

início de funcionamento, cerca de 15% a 20% aberta. Esta fica dentro do carburador e a regulagem é feita com uma chave de fenda pequena.

Quando o motor está em funcionamento, é possível reduzir mais ainda a entrada de ar, ou seja, fechando mais a válvula do carburador para menos de 15% aberta, desde que as agulhas do motor estejam bem reguladas.

### 3.1.2 Regulagem das agulhas de alta e baixa

Para regulação das agulhas, o primeiro passo é ajustar as duas agulhas conforme o manual do fabricante sugere, para o caso em questão, fecha-se a agulha de alta totalmente, e abre-se 2 voltas, e com a válvula do carburador totalmente fechada, com uma chave de fenda pequena fecha completamente a agulha de baixa e depois abre-se uma volta e meia. Deste modo o motor já vai funcionar com mais facilidade, mas possivelmente não estará 100% regulado.

Com o motor em funcionamento, a primeira agulha a ser ajustada é a de alta. Então acelere o motor, abrindo a válvula do carburador devagar e continue acelerando, sempre com o motor bem fixo. Comece a fechar a agulha de alta bem devagar, pouco a pouco observando que a rotação do motor está ficando cada vez mais alta, e o som está ficando mais agudo, sem muita variação. Depois de um certo ponto, a rotação começa a cair novamente, e antes disso, no ponto de giro mais alto, você para de fechar.

Essa é a máxima potência que o motor pode atingir, com a maior rotação possível, porém, se a agulha estiver muito fechada, é provável que o motor sobreaqueça e apague em voo, por isso, comece a abrir novamente a agulha sem que a rotação caia, ou seja, quando começar a cair, volte alguns cliques. A primeira regulagem da alta está concluída.

Agora a regulagem da agulha de baixa, esta é um pouco mais complicada, pois é que necessita de um ajuste preciso com uma chave de fenda pequena para garantir um constante e rápido aumento de rotação. Outra função é garantir que o motor funcione por tempo indeterminado quando em baixa rotação. Ele não deve parar de funcionar mesmo quando estiver por muitos minutos em baixa rotação, isto é, entrando pouco ar no carburador.

Primeiro testamos a retomada, deixe o motor em baixa rotação por alguns segundos e abra válvula do carburador rapidamente, provavelmente ele vai “engasgar antes de ficar em alta rotação, se isso acontecer feche um oitavo de volta e faça o procedimento novamente. Repita quantas vezes for necessário até que o motor responda rápido e sem engasgar. Caso o motor não melhore sua resposta a cada fechada de agulha, faça o procedimento reverso, isto é, abra a agulha.

E agora verificamos se ele não para de funcionar quando fica em baixa rotação por vários minutos. Mantendo o motor em baixa rotação por 30 segundos e depois acelerando

bruscamente. Se ele parar como se estivesse sem força, abra em um oitavo de volta a agulha de alta; se ele parar de funcionar antes de acelerar, feche em um oitavo de volta. Repita novamente até que o motor não pare de funcionar quando acelerado bruscamente após ficar alguns minutos em baixa rotação.

Quando regulado, um motor consegue funcionar até o tanque de combustível acabar em baixa rotação, e acelera rapidamente quando necessário. Desta forma, é possível iniciar as capturas dos dados, pois o motor estará bem regulado, com muito menos erros externos. Como a regulagem da agulha de alta pode variar de acordo com temperatura, umidade e altitude o ideal é que todas as vezes que for capturar dados novos regule novamente, a partir da regulagem atual, fazendo apenas micro ajustes na agulha de alta, já a agulha de baixa, uma vez regulada, raramente precisará regular novamente.

## 3.2 Hardware Eletrônico

### 3.2.1 Servomotor

Para alterar a abertura da válvula do carburador, um servo motor como ilustrado na Figura 8, foi fixado na alavanca da válvula do carburador por meio de uma haste de metal onde o movimento de rotação do seu eixo controlará a inclinação da alavanca da válvula. Assim, de acordo com o ângulo do servomotor, o carburador abre mais ou fecha e o fluxo ar/combustível aumenta ou diminui acarretando na modificação da velocidade de rotação do motor glow. A Figura 9 mostra como foi feita a instalação.

Figura 8 – Servomotor.

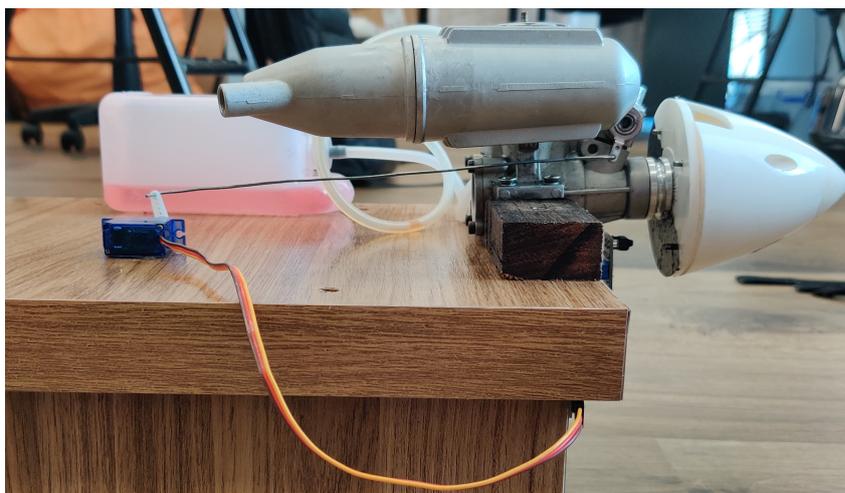


Fonte: Autor, 2021.

### 3.2.2 Sensor Infravermelho

Por outro lado, para medir a velocidade de rotação do motor, usou-se um sensor modular do Arduino do tipo infravermelho, mostrado na Figura 10, que basicamente é

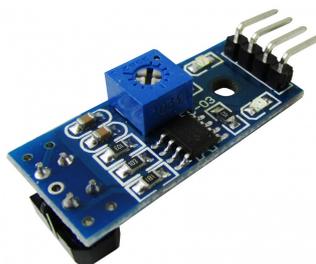
Figura 9 – Servomotor com haste fixada na válvula do carburador.



Fonte: Autor, 2022.

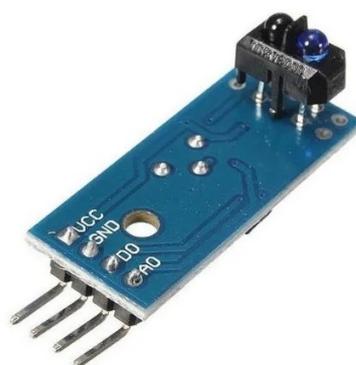
composto de um receptor e um emissor, Figura 11, que consegue identificar contrastes de cores, principalmente branco e preto.

Figura 10 – Módulo infravermelho, visão superior.



Fonte: Autor, 2022.

Figura 11 – Módulo infravermelho, visão inferior, com emissor e receptor.

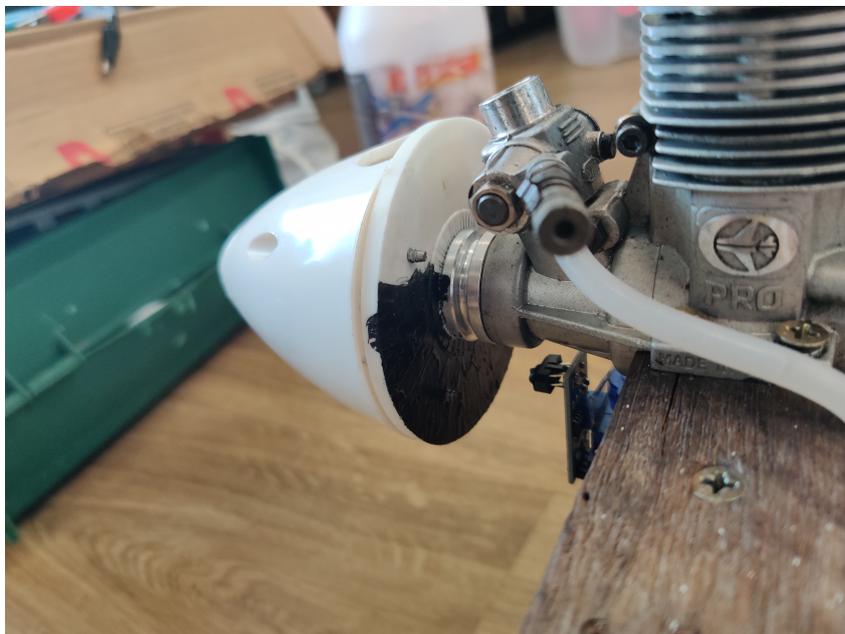


Fonte: Autor, 2022.

Desta forma utilizou-se o sensor infravermelho, virado em direção a parte anterior do suporte da hélice que foi pintado metade de preto, Figura 12, para que o sensor conseguisse identificar a mudança de estado de preto, para branco, e assim, com um

programa feito no software *Simulink*, é possível medir a rotação do motor a partir da contagem de pulsos detectados pelo sensor em um intervalos de tempo pré-definido.

Figura 12 – Instalação do sensor infravermelho.



Fonte: Autor, 2022.

Para validar o uso do sensor infravermelho para medir altas velocidades, foram realizados dois testes semelhantes com o método utilizado, ou seja, usando o contraste de cores na parte rotativa. Nestes testes se conhecia a velocidade em real de dois motores elétricos diferentes que possuíam um sensor do tipo encoder para medir a velocidade acoplados, um com baixa rotação (250 rpm) e outro com alta rotação (10.000 rpm). Os dois testes foram bem sucedidos, isto é, a comparação entre a velocidade real dos motores e a velocidade medida pelo módulo com sensor infravermelho foi muito precisa.

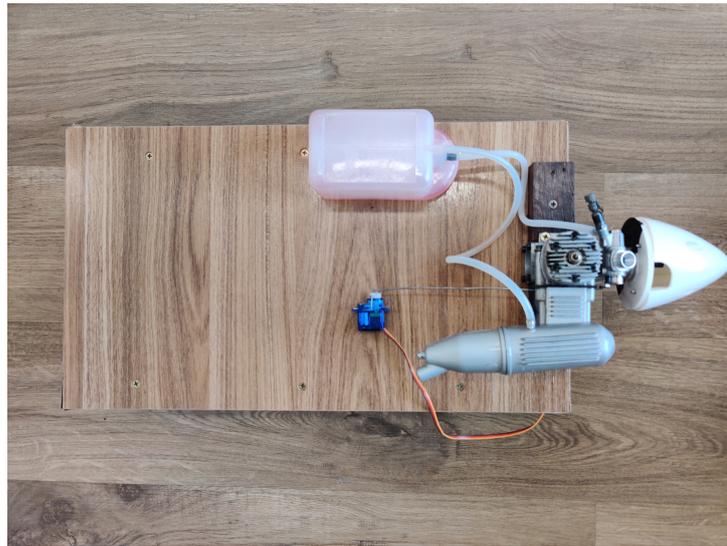
### 3.2.3 Arduino e Circuito Eletrônico

O motor em estudo é um sistema de uma única entrada, ângulo do servomotor, e uma única saída, velocidade de giro do motor. Assim, para controle do atuador, servomotor, e medição da velocidade, uma placa Arduino Mega, ilustrada na Figura 13, foi utilizada.

O arduino é capaz de ler os pulsos do sensor infravermelho e controlar o ângulo do servomotor através do circuito eletrônico mostrado na Figura 14, uma chave seletora foi adicionada, apenas para alimentar ou não o servomotor, instalada por segurança, pois no momento que se estar enviando o código para o Arduino, o servomotor como padrão vai para 90°, e isso que é bem mais do que precisávamos, podendo causar problemas, como forçar a válvula do carburador a abrir mais que o necessário, ou forçar o próprio servo, que estava conectado por meio da haste de metal ao carburador.

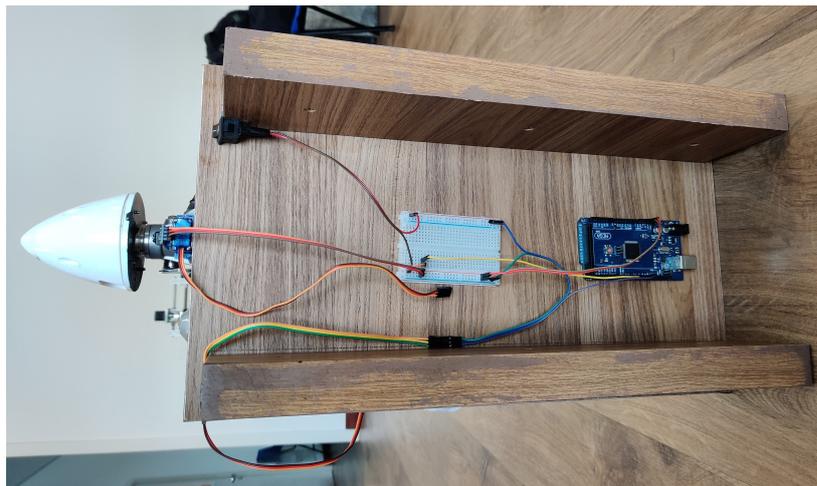


Figura 15 – Vista superior do protótipo de testes.



Fonte: Autor, 2022.

Figura 16 – Vista inferior do protótipo de testes, mostrando parte elétrica.



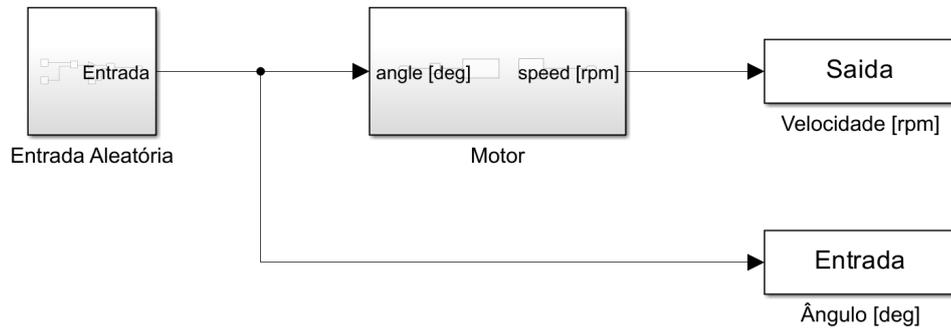
Fonte: Autor, 2022.

### 3.2.4 Aquisição de Dados

O software *Simulink* foi utilizado para programação do arduino e aquisição de dados de entrada e saída do sistema de interesse. O Arduino pode ser programado e controlado pelo *Simulink* graças ao módulo *Simulink Support Package for Arduino Hardware*, que contém funções especiais para controle e acesso as portas analógicas e digitais. Assim, o diagrama de blocos apresentado na Figura 17 foi utilizado para programação e aquisição de dados do sistema.

O diagrama possui dois blocos. O gerador de entrada aleatória, responsável por gerar sinais aleatórios variando entre dois níveis e são utilizados para acionamento do servomotor conectado ao carburador. E o bloco da planta (Motor), que é composto pelo atuador (servomotor), mostrado na Figura 18 e o sensor de velocidade (sensor infraver-

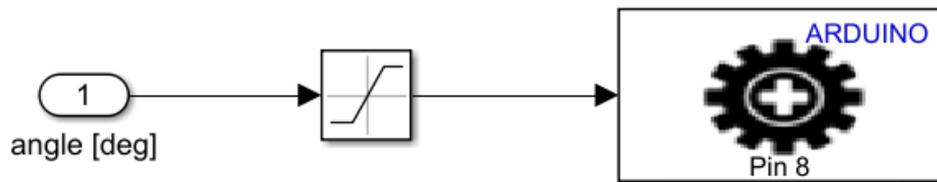
Figura 17 – Diagrama de blocos do *Simulink*.



Fonte: Autor, 2022.

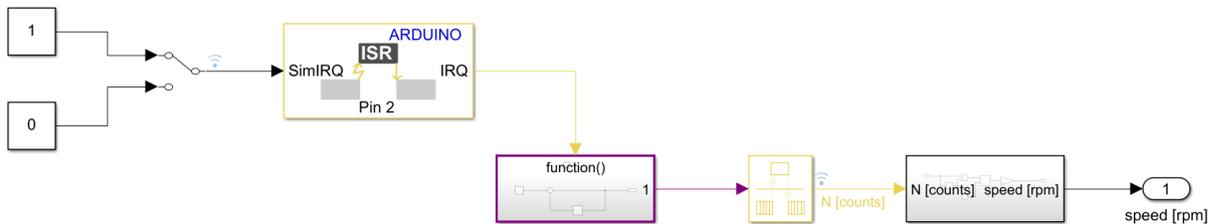
melho), mostrado na Figura 19.

Figura 18 – Diagrama de blocos do atuador.



Fonte: Autor, 2022.

Figura 19 – Diagrama de blocos do sensor.



Fonte: Autor, 2022.

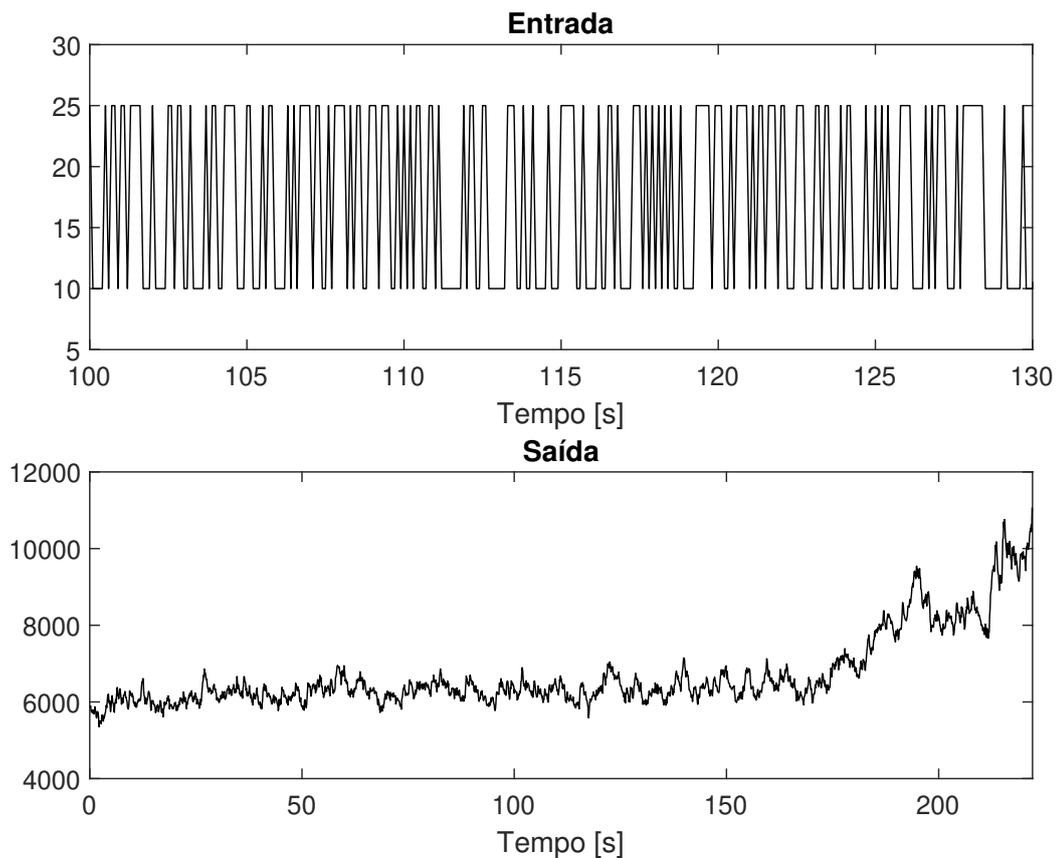
Note que o atuador tem um bloco de saturação para não deixar que o ângulo do servomotor varia fora dos limites desejados, visando manter a integridade do sistema. Enquanto o sensor infravermelho gera interrupções que são contadas em um intervalo de tempo fixo, o mesmo utilizado pelo *Simulink* para capturar o dados, chamado de tempo de amostragem. O tempo de amostragem foi definido como 0,1 s ou 100 ms.

## 4 Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados dos experimentos executados com os dados de entrada e saída adquiridos a partir do *Simulink*. Para isso, executamos vários testes sob condições diferentes de operação, para garantir que a dinâmica do sistema seja capturada.

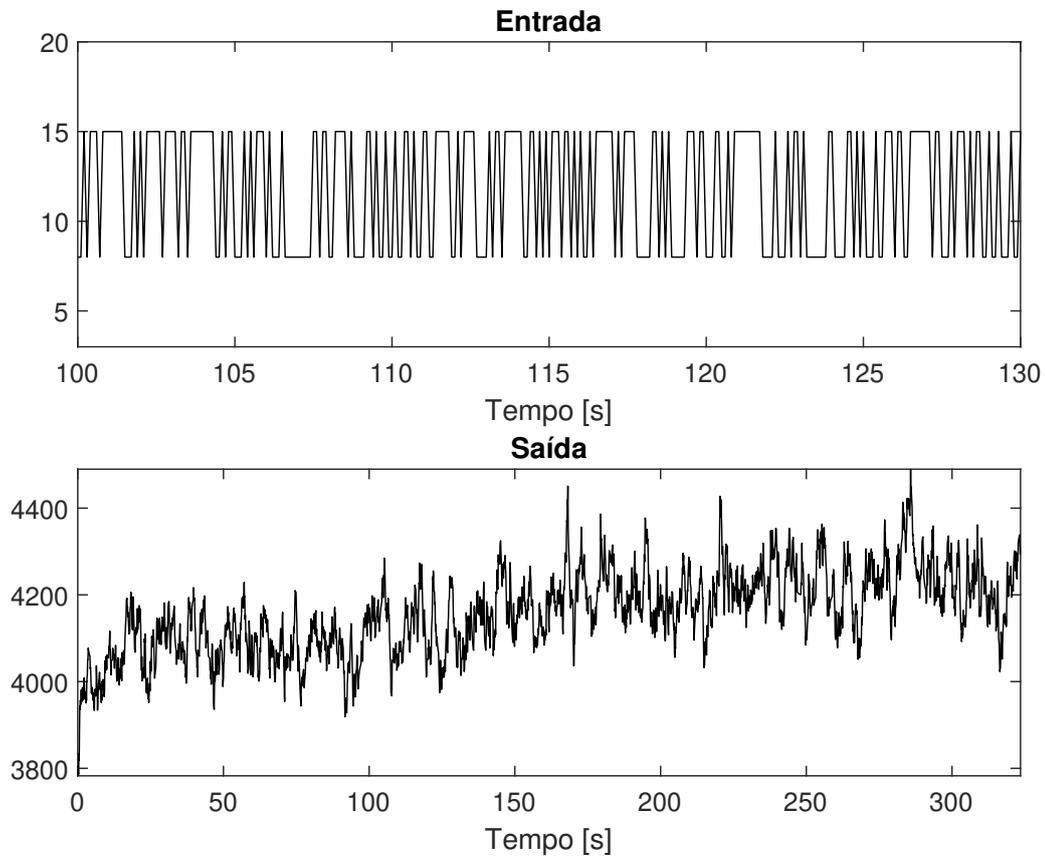
Para simplificação da análise foram escolhidos dois conjuntos de dados de teste. A Figura 20 apresenta os dados de Teste I. Neste o ângulo de entrada do servomotor varia de forma aleatória nos níveis de  $10^\circ$  e  $25^\circ$ . Para melhor visualização do sinal de entrada, apenas uma parte deste foi mostrada na figura. O conjunto de dados de Teste II é mostrado na Figura 21 e tem o ângulo de entrada do servomotor variando de forma aleatória nos níveis de  $8^\circ$  e  $15^\circ$ .

Figura 20 – Dados de Teste I.



Fonte: Autor, 2022.

Figura 21 – Dados de Teste II.



Fonte: Autor, 2022.

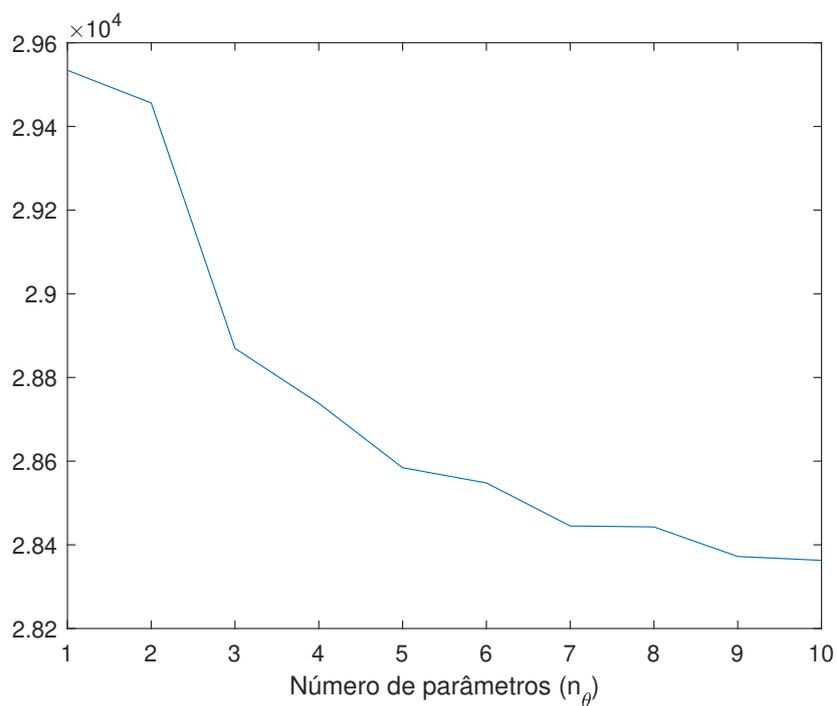
## 4.1 Determinando a Ordem do Modelo

Conforme apresentado na Subseção 2.2.2.2, o critério de informação de Akaike (1974) foi utilizado para determinação da estrutura do modelo. Para isso, o estimador de mínimos quadrados em batelada foi empregado para se obter os resíduos e computo do valor do AIC conforme foi aumentando-se a ordem do modelo.

Figuras 22 e 23 apresentado os resultados do critério de informação de Akaike. Aumentando-se a ordem do sistema, adicionando-se alternadamente um regressor da saída e outro da entrada, ambos os conjuntos de dados começam a estabilizar o critério de Akaike quando o número de parâmetros do modelo é  $n_\theta = 9$ , isto é, quando tem-se 5 regressores relacionados a saída e 4 regressores relacionados a entrada. Sendo assim, a estrutura do modelo ARX é definido conforme a Eq. (4.1).

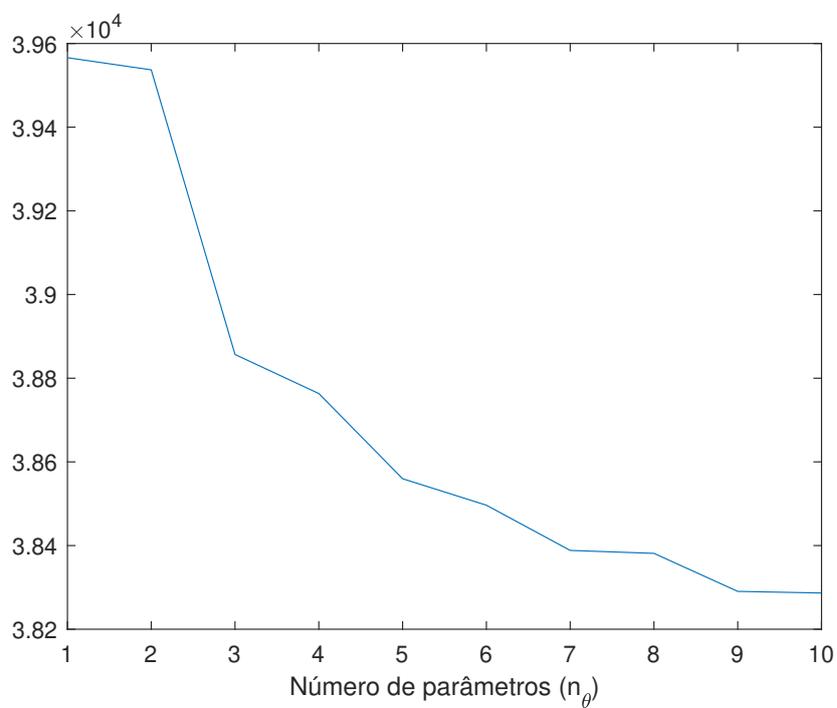
$$\begin{aligned}
 y(k) = & \theta_1 y(k-1) + \theta_2 y(k-2) + \theta_3 y(k-3) + \theta_4 y(k-4) + \theta_5 y(k-5) \\
 & + \theta_6 u(k-1) + \theta_7 u(k-2) + \theta_8 u(k-3) + \theta_9 u(k-4)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Figura 22 – Critério de Akaike para o Teste I.



Fonte: Autor, 2022.

Figura 23 – Critério de Akaike para o Teste II.



Fonte: Autor, 2022.

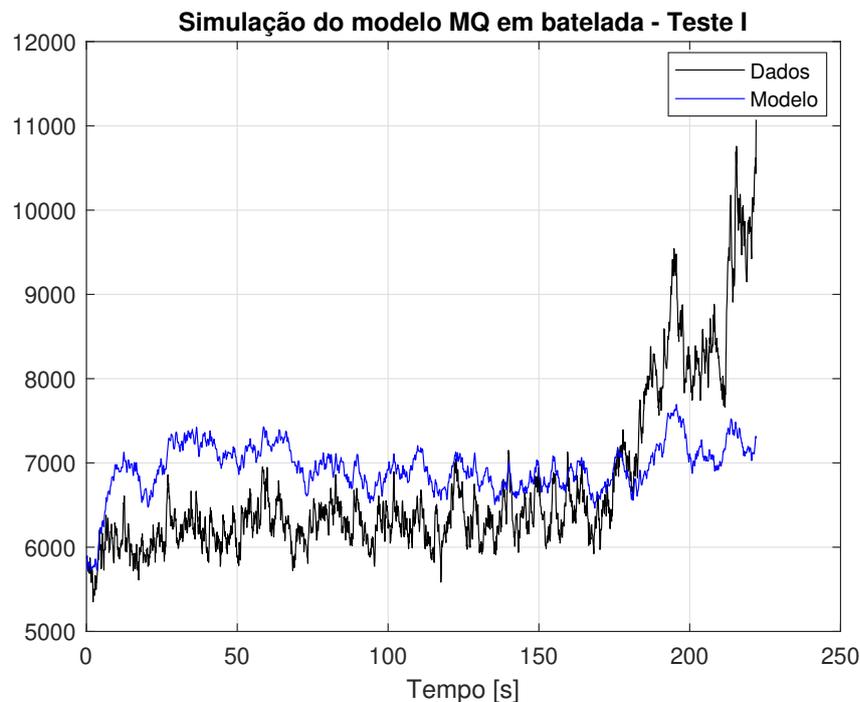
## 4.2 Estimação em Batelada

Com a estrutura definida o estimador de mínimos quadrados em batelada, Seção 2.2.2 foi empregado para estimar o parâmetros do modelo. O vetor de parâmetros obtido a partir do Teste I é dado por:

$$\theta_I = [0,9479 \quad 0,0584 \quad -0,0597 \quad 0,007 \quad 0,0313 \quad -0,4329 \quad 0,9780 \quad 3,2141 \quad 2,2768]^T \quad (4.2)$$

A Figura 24 mostra a comparação do modelo com os dados do Teste I. Note que o modelo não ajusta os dados, gerando sempre erros de estimação elevados.

Figura 24 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados em batela - Teste I.



Fonte: Autor, 2022.

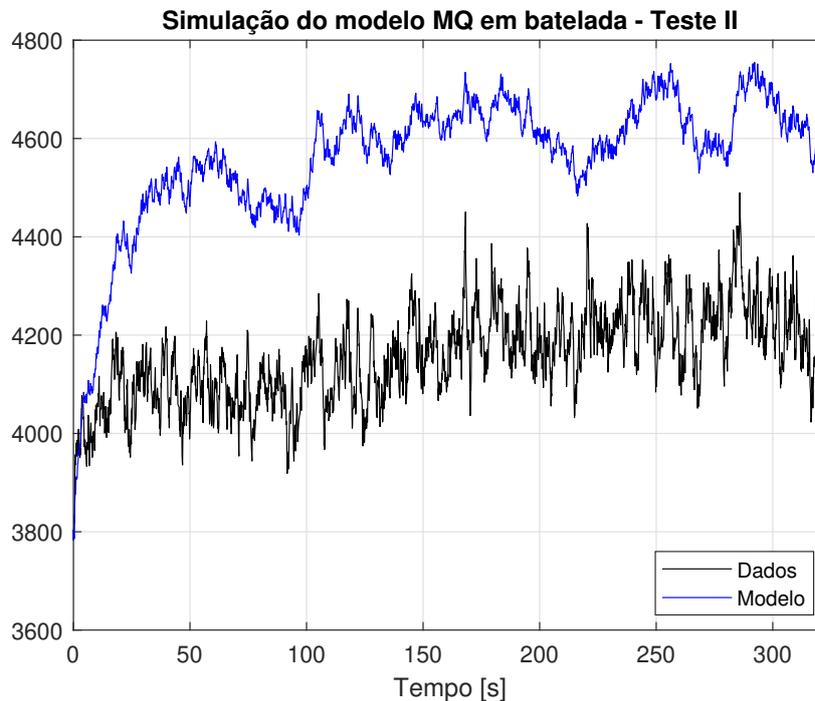
O vetor de parâmetros obtido a partir do Teste II é dado por:

$$\theta_{II} = [1,1164 \quad -0,0918 \quad -0,0567 \quad -0,0199 \quad 0,0468 \quad -0,4674 \quad -0,2501 \quad 1,2978 \quad 1,5240]^T \quad (4.3)$$

A Figura 25 mostra a comparação do modelo com os dados do Teste II. Novamente, o modelo não ajusta os dados, gerando sempre erros de estimação elevados.

Os erros de estimação elevados gerados pelo estimador de mínimos quadrados está relacionado ao fato de que o sistema possui uma variância temporal muito rápida. Como o estimador leva em consideração todos os dados para estimar o modelo, dados antigos

Figura 25 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados em batelada - Teste II.



Fonte: Autor, 2022.

interferem na estimação presente. A solução para este cenário é o uso de estimadores recursivos, que estimam os parâmetros do modelo a cada amostra do dados de entrada e saída.

### 4.3 Estimação Recursiva

O estimador de mínimos quadrados recursivo, Seção 2.2.2.1, foi utilizado para sanar o problema de estimação gerado pelo estimador de mínimos quadrados em batelada.

Além disso, tais estimadores permitem adicionar o fator de esquecimento, de modo que, dados antigos interfiram o mínimo possível na estimação dos parâmetros atuais. Este cenário é ideal para identificação de sistemas variantes no tempo

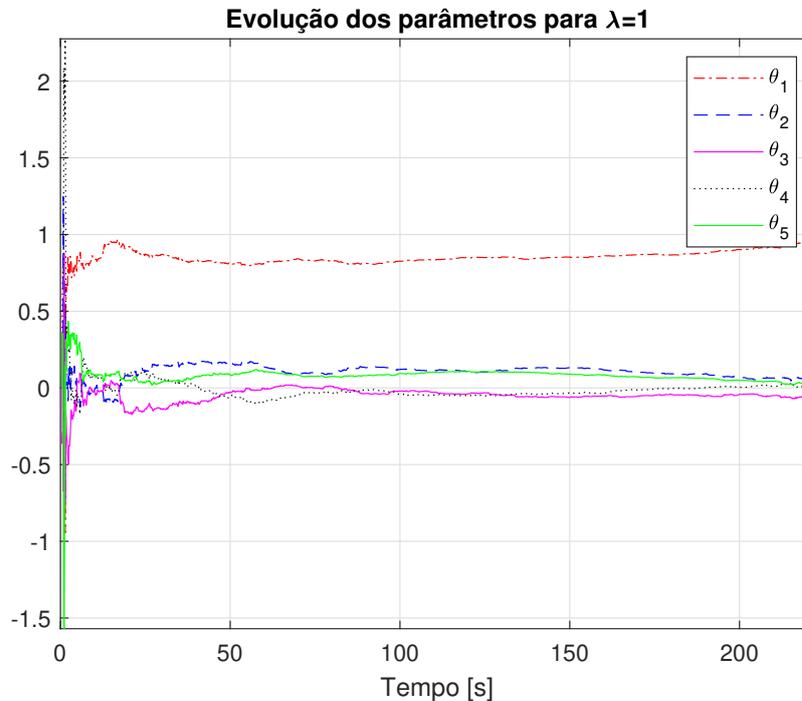
#### 4.3.1 Sem fator de esquecimento

A seguir são apresentados os resultados da estimação dos parâmetros feita pelo estimador de mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento  $\lambda = 1$ , ou seja, não há esquecimento dos dados antigos. Como dito anteriormente, embora o modelo tenha estrutura permanente, seus parâmetros irão variar conforme novos dados de entrada e saída são utilizados para atualizá-los.

#### 4.3.1.1 Teste I

Para o Teste I. As Figuras 26 e 27 apresentam as evoluções dos parâmetros relacionados aos regressores de saída e entrada, respectivamente.

Figura 26 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com  $\lambda = 1$  - Teste I.



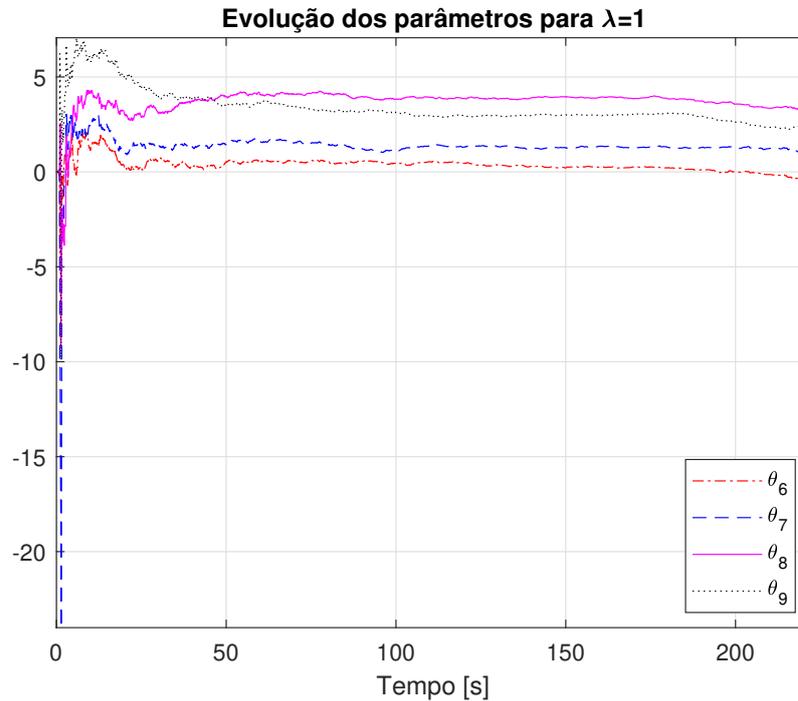
Fonte: Autor, 2022.

A Figura 28 apresenta a comparação dos dados com a saída gerada pelo modelo variante no tempo. Note que, o modelo variante no tempo ajusta melhor os dados quando comparado ao modelo invariante obtido pelo mínimos quadrados em batelada. No entanto, em torno do instante de tempo 175 s o sistema sofre uma variação mais abrupta e o modelo mesmo sendo variante não consegue acompanhar. Isto se deve ao fato de que não há esquecimento de dados antigos para estimação dos parâmetros, sendo assim, dados iniciais ainda são levados em conta para estimação dos parâmetros nos dados finais.

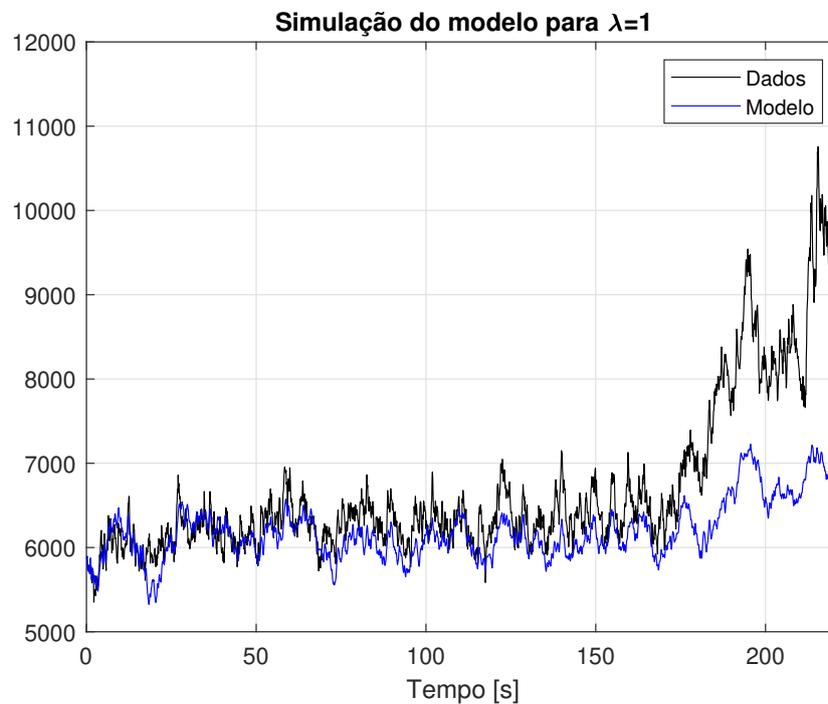
#### 4.3.1.2 Teste II

Para o Teste II. As Figuras 29 e 30 apresentam as evoluções dos parâmetros relacionados aos regressores de saída e entrada, respectivamente.

A Figura 31 apresenta a comparação dos dados com a saída gerada pelo modelo variante no tempo. Neste, o modelo variante se ajustou muito melhor aos dados que no Teste I. Isto acontece devido a baixa variância temporal ocorrido neste teste. No entanto, o erro começa a crescer conforme mais dados são utilizados para estimação, pois, assim como no Teste I não há fator de esquecimento.

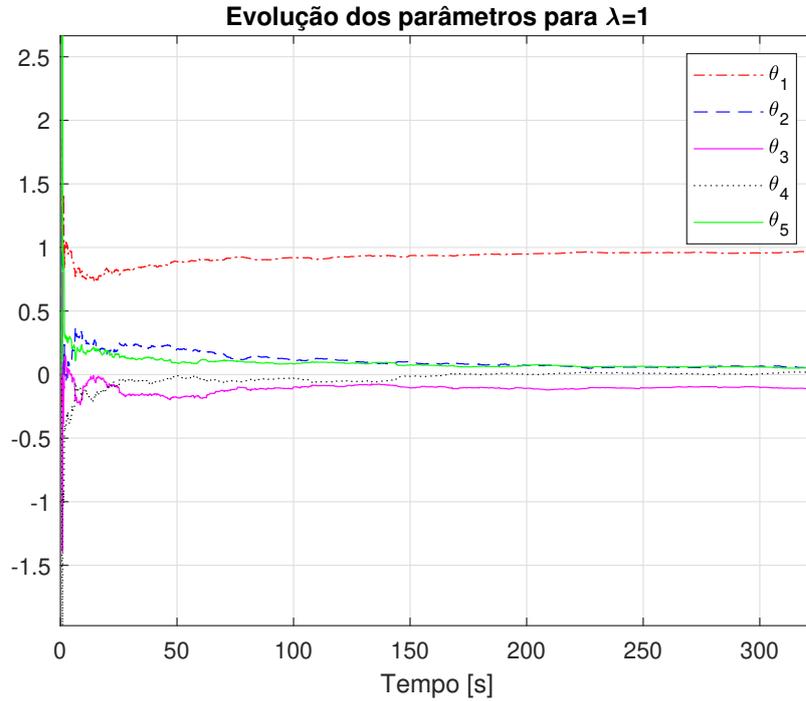
Figura 27 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com  $\lambda = 1$  - Teste I.

Fonte: Autor, 2022.

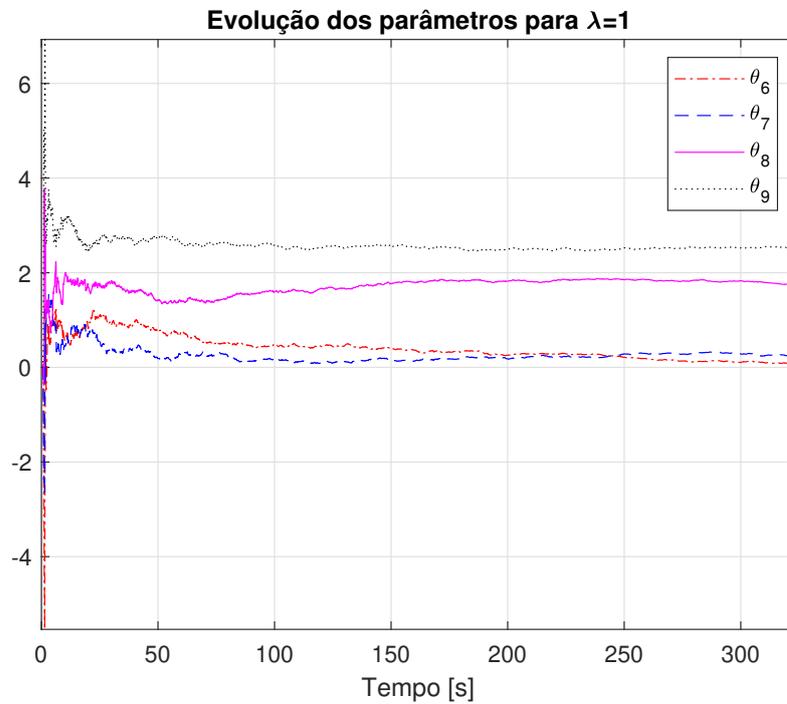
Figura 28 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com  $\lambda = 1$  - Teste I.

Fonte: Autor, 2022.

Para contornar melhor o problema da variância temporal é mais interessante utilizar o estimador recursivo de mínimos quadrados com fator de esquecimento. Porém, se

Figura 29 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com  $\lambda = 1$  - Teste II.

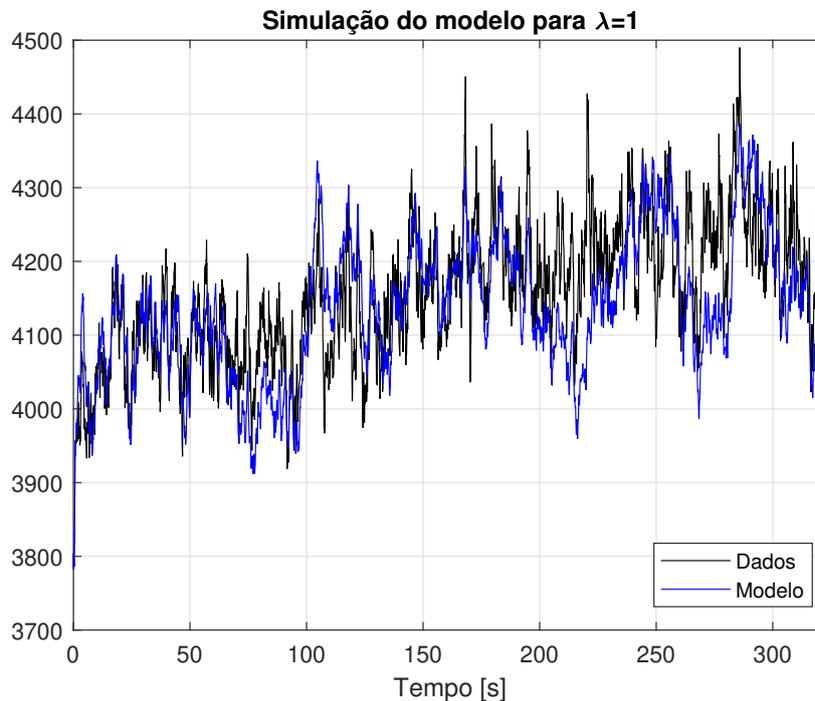
Fonte: Autor, 2022.

Figura 30 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com  $\lambda = 1$  - Teste II.

Fonte: Autor, 2022.

este fator de esquecimento foi muito alto, uma grande variância nos parâmetros irá surgir.

Figura 31 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com  $\lambda = 1$  - Teste II.



Fonte: Autor, 2022.

### 4.3.2 Com fator de esquecimento

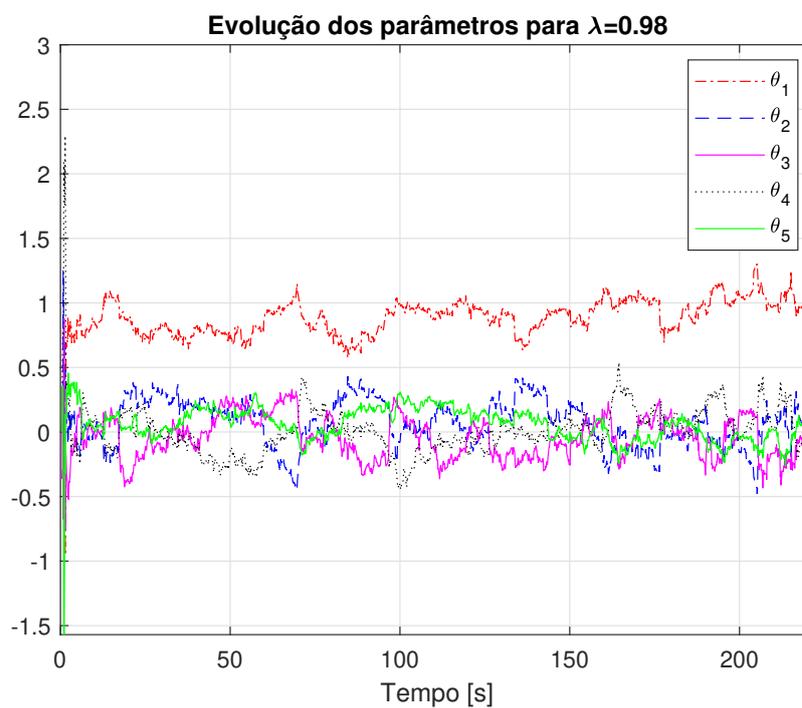
Segundo [Aguirre \(2015\)](#), o fator de esquecimento do estimador de mínimos quadrados recursivo deve estar entre  $0,95 \leq \lambda \leq 0,99$ . Em que, quanto menor for  $\lambda$  mais o estimador esquecerá de dados mais antigos. A seguir são apresentados os resultados da estimação dos parâmetros feita pelo estimador de mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento  $\lambda = 0,98$  e  $\lambda = 0,95$ .

#### 4.3.2.1 Teste I

Para o Teste I. As Figuras [32](#) e [33](#) apresentam as evoluções dos parâmetros relacionados aos regressores de saída e entrada, respectivamente, considerando  $\lambda = 0,98$ . Note que os parâmetros variam muito mais comparados com os parâmetros obtidos para  $\lambda = 1$ , Figuras [26](#) e [27](#). Em contrapartida o ajuste da estimação do modelo comparado aos dados, Figura [34](#), é muito melhor, já que dados muito antigos são “esquecidos” para a estimação dos parâmetros no presente.

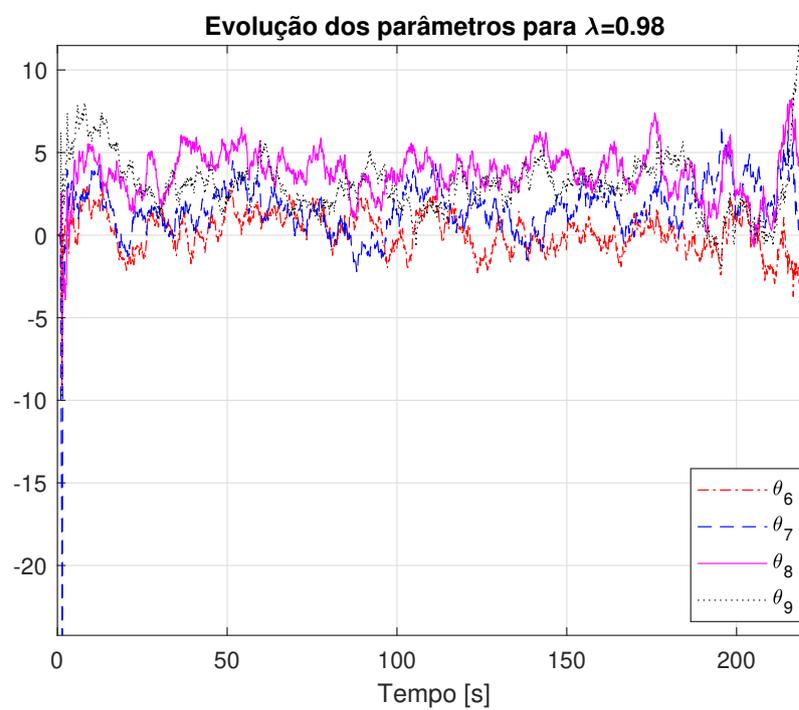
Considerando  $\lambda = 0,95$ , as Figuras [35](#) e [36](#) apresentam as evoluções dos parâmetros relacionados aos regressores de saída e entrada, respectivamente. Com um esquecimento muito maior, os parâmetros variam muito mais, e conseqüentemente o ajuste da estimação do modelo comparado aos dados, Figura [37](#), é melhor ainda. Contudo, nem sempre esse efeito é desejado, pois podemos estar modelando erro de medida gerado pelo sensor.

Figura 32 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com  $\lambda = 0,98$  - Teste I.



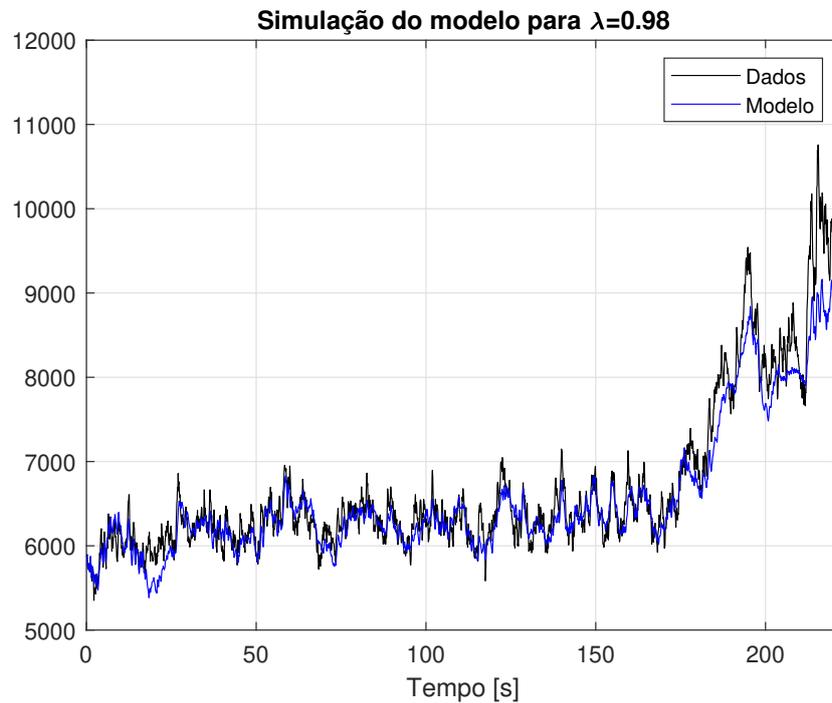
Fonte: Autor, 2022.

Figura 33 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com  $\lambda = 0,98$  - Teste I.



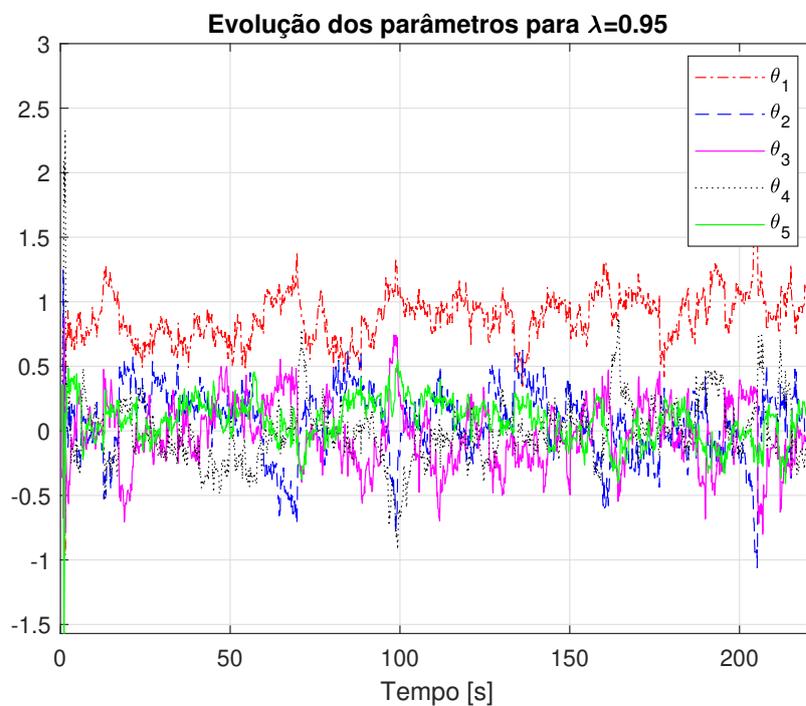
Fonte: Autor, 2022.

Figura 34 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com  $\lambda = 0,98$  - Teste I.



Fonte: Autor, 2022.

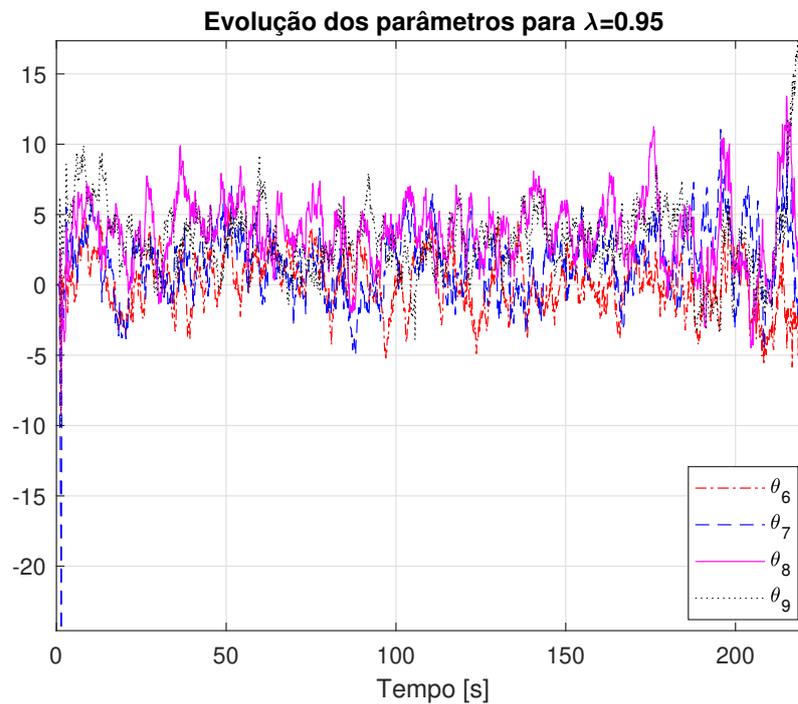
Figura 35 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com  $\lambda = 0,95$  - Teste I.



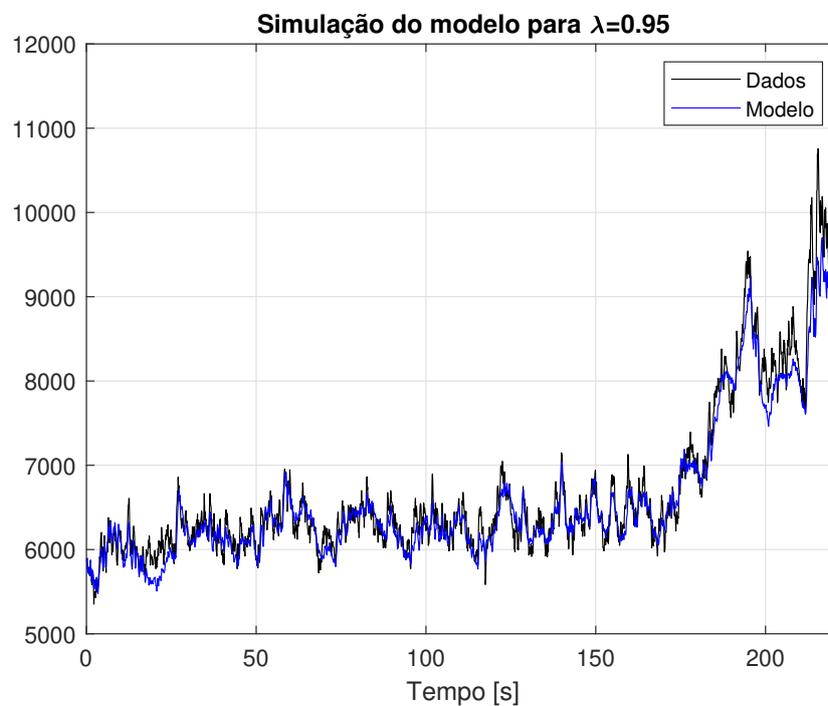
Fonte: Autor, 2022.

#### 4.3.2.2 Teste II

Para o Teste II. As Figuras 38 e 39 apresentam as evoluções dos parâmetros relacionados aos regressores de saída e entrada, respectivamente, considerando  $\lambda = 0,98$ . O

Figura 36 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com  $\lambda = 0,95$  - Teste I.

Fonte: Autor, 2022.

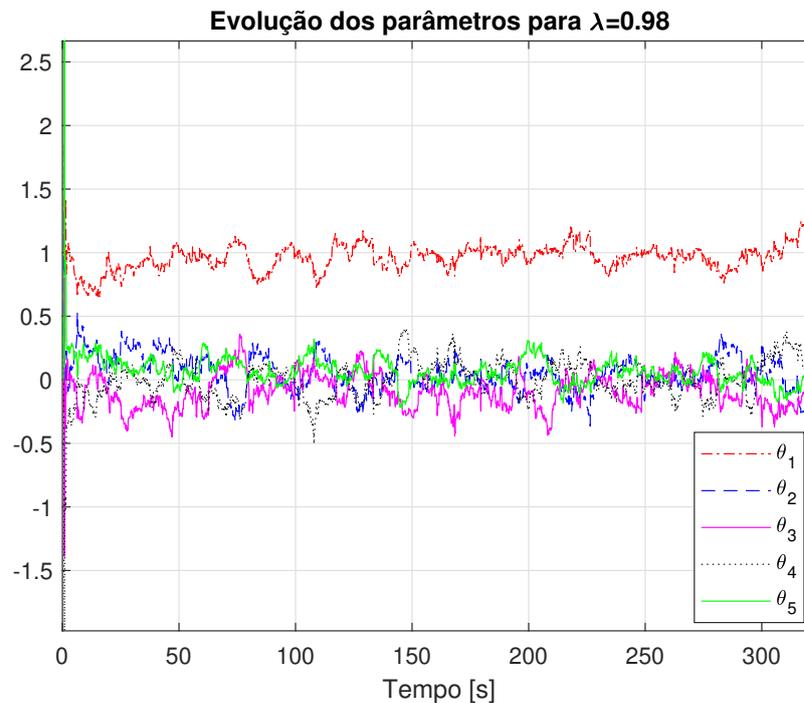
Figura 37 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com  $\lambda = 0,95$  - Teste I.

Fonte: Autor, 2022.

mesmo efeito aparente no Teste I é evidenciado no Teste II, os parâmetros variam muito mais comparados com os parâmetros obtidos para  $\lambda = 1$ , Figuras 29 e 30. Novamente, o

ajuste da estimação do modelo comparado aos dados, Figura 40, é muito melhor, já que dados muito antigos são “esquecidos” para a estimação dos parâmetros. Neste caso, como a variância tempo não ocorre de forma brusca, a estimativa gerada pelo modelo variante permanece muito boa durante todo o teste.

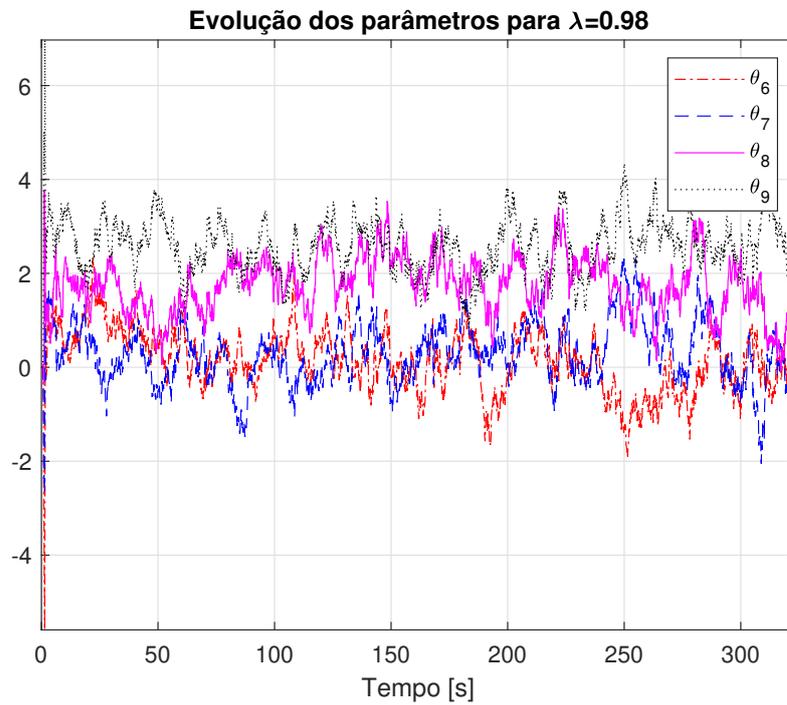
Figura 38 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com  $\lambda = 0,98$  - Teste II.



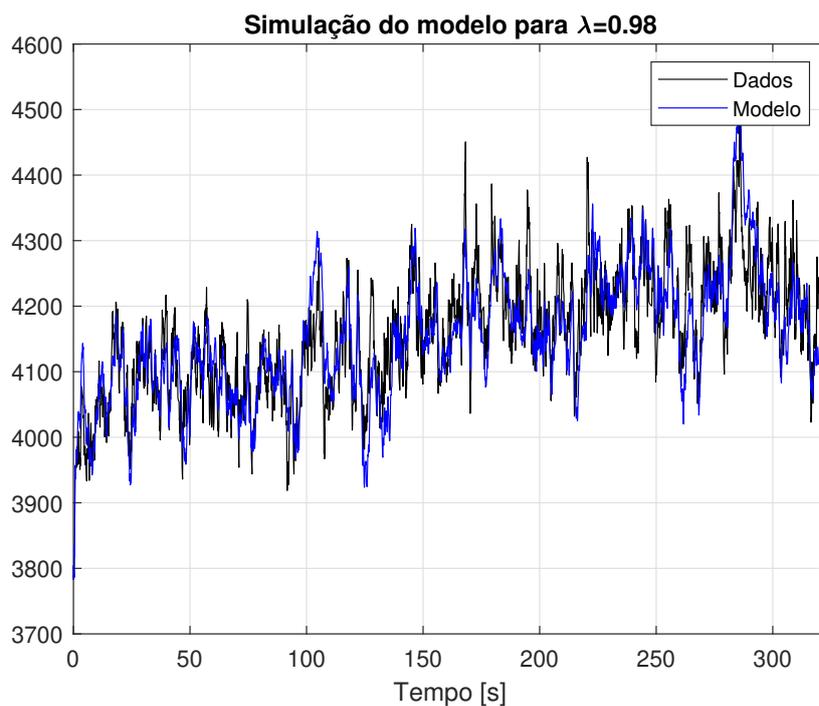
Fonte: Autor, 2022.

Considerando  $\lambda = 0,95$ , as Figuras 41 e 42 apresentam as evoluções dos parâmetros relacionados aos regressores de saída e entrada, respectivamente. Assim como no Teste I, com um esquecimento muito maior, os parâmetros variam muito mais, e conseqüentemente o ajuste da estimação do modelo comparado aos dados, Figura 43, é melhor ainda.

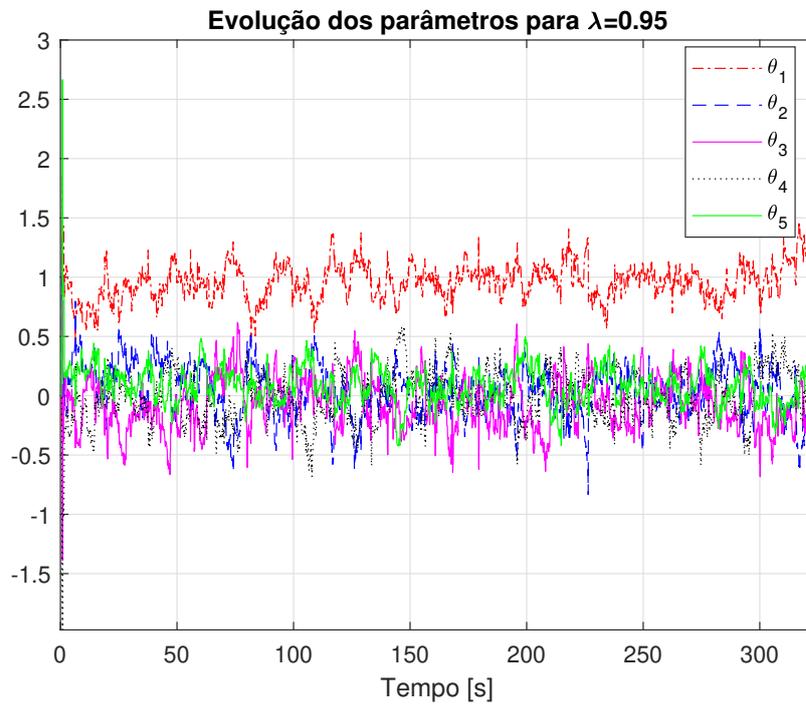
Neste caso, o modelo estimado considerando o  $\lambda = 0,98$  é preferível, uma vez que os parâmetros variando muito menos. Pensando no contexto de controle dinâmico é o cenário melhor.

Figura 39 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com  $\lambda = 0,98$  - Teste II.

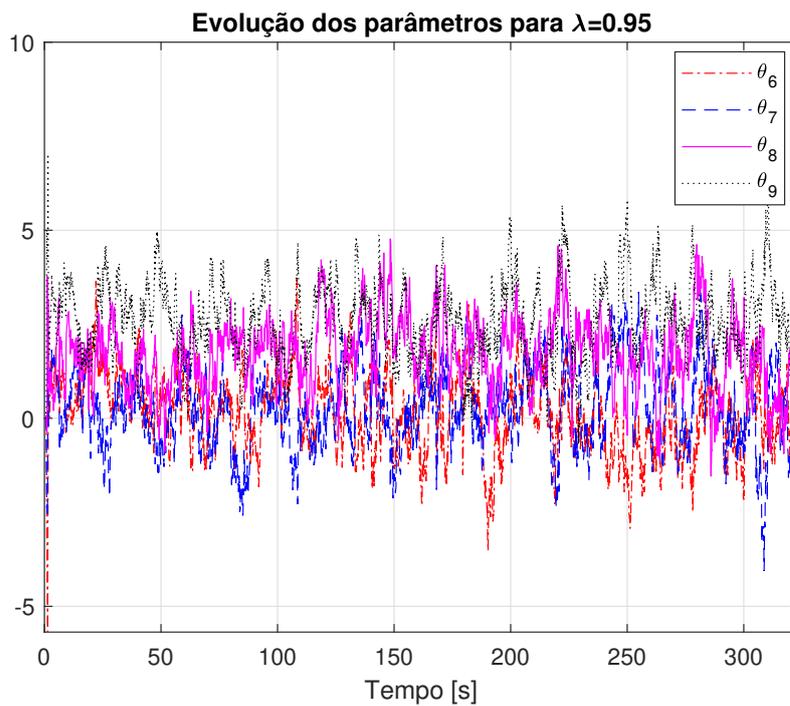
Fonte: Autor, 2022.

Figura 40 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com  $\lambda = 0,98$  - Teste II.

Fonte: Autor, 2022.

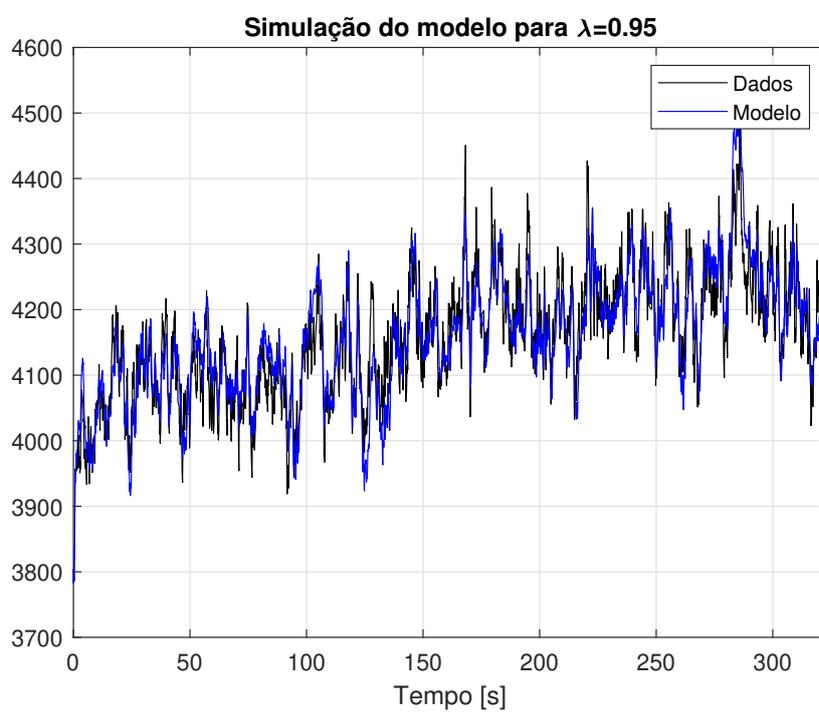
Figura 41 – Parâmetros relacionados aos regressores de saída com  $\lambda = 0,95$  - Teste II.

Fonte: Autor, 2022.

Figura 42 – Parâmetros relacionados aos regressores de entrada com  $\lambda = 0,95$  - Teste II.

Fonte: Autor, 2022.

Figura 43 – Comparação dos dados com modelo estimado utilizando o mínimos quadrados recursivo com  $\lambda = 0,95$  - Teste II.



Fonte: Autor, 2022.

## 5 Conclusão

Neste trabalho, é apresentado um estudo sobre identificação de sistemas dinâmicos. Um motor de combustão interna utilizado no aeromodelismo, motor do tipo glow, é usado para emprego de técnicas de modelagem caixa preta, ou seja, identificação do modelo matemático sem a utilização de equações físicas.

A utilização do software *Simulink* permitiu a aquisição de dados através da placa Arduino Mega de forma muito mais fácil, pois permite uma abstração da programação através de diagrama de blocos, tornando a aquisição dos dados um processo rápido e eficiente. A partir dos dados capturados, modelos ARX, ou seja, modelos lineares puderam ser estimados utilizando estimadores comumente empregados para identificação de sistemas.

Na aplicação do método de estimação em batelada, utilizando o Estimador de Mínimos Quadrados detectou-se que o sistema apresenta um dinâmica variante no tempo muito rápida. Algumas hipóteses podem ser levantadas, como:

1. Alteração no nível de combustível, podendo gerar acelerações elevados no motor.
2. Alteração a pressão de escape, o que acarreta na mudança da quantidade de combustível na câmara de combustão.
3. Rajadas de vento, gerando um aumento de ar no carburador.
4. Vibração elevada, causando um desajuste nas agulhas de alta e baixa.

Tais situações são encontradas apenas em sistema dinâmicos reais e dificilmente são possíveis de serem modeladas utilizando a física do processo. Dessa forma, verificou-se a necessidade da utilização de um método de estimação recursivo, em que os parâmetros do modelo podem ser estimados a cada iteração e conseqüentemente um modelo linear e variante no tempo é obtido.

A partir dos resultados apresentado no Capítulo 4 podemos concluir que o modelo adequado para representar o motor em estudo é um sistema linear e variante no tempo, que pode ser escrito na forma ARX, Eq. 4.1, que possui 5 regressores relacionados a saída e 4 regressores relacionados a entrada. Além disso, o método mais adequado para identificação do parâmetros é utilizando o Estimador Recursivo de Mínimos Quadrados com fator de esquecimento,  $\lambda = 0,98$ .

Devido a variância temporal encontrada no sistema, um sistema de controle de velocidade não foi possível de ser implementado. Inicialmente, pretendia-se aplicar técnicas de controle clássicas, como controle baseado no lugar das raízes ou na resposta em

frequência, no entanto, tais técnicas não lidam muito bem com sistemas variantes no tempo.

## 5.1 Trabalhos Futuros

Alguns trabalhos futuros podem ser executados para prosseguimento do estudo apresentado aqui. Por exemplo, ajustes mais precisos podem ser efetuados nas agulhas de alta e baixa no motor, visando diminuir a variância temporal apresentada pelo sistema.

Pode-se também aumentar o número de testes em diferentes horários do dia, pois observou-se que sensor infravermelho não se comporta bem no sol, dependendo do horário do dia muda a faixa de rotação que ele consegue medir com precisão. Assim, um outro método de medição ou mesmo outro sensor, por exemplo, um *encoder* poderia ser empregado para aquisição dos dados de velocidade.

Por fim, o projeto de um sistema de controle de velocidade do motor baseado nos modelos identificados poderá ser feitos. No entanto, técnicas mais modernas deverão ser utilizadas, como controle robusto, controle adaptativo ou mesmo controle baseado em dados.

# Referências

- AGUIRRE, L. A. *Enciclopédia de Automática: Controle e Automação*. [S.l.]: Editora Blucher, 2007. v. 3. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 18.
- AGUIRRE, L. A. *Enciclopédia de Automática: Controle e Automação*. [S.l.]: Editora Blucher, 2007. v. 2. Citado na página 17.
- AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas—Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. 4. ed. Minas Gerais: Editora UFMG, 2015. Citado 6 vezes nas páginas 11, 17, 18, 19, 20 e 39.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 32.
- BORGES, D. T. d. S. *Identificação de sistemas em motores de indução trifásicos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2016. Citado na página 12.
- CEOLLA, G. *Estudo do Controle de Velocidade de Motores Elétricos Clássicos*. Florianópolis: Monografia (Graduação) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2019. Citado na página 12.
- FREITAS, D. Z. *Análise de Eficiência e Controle de um Sistema Integrado Roda-Motor Elétrico*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015. Citado na página 12.
- HELENE, O. *Método dos Mínimos Quadrados com Formalismo Matricial*. 1. ed. [S.l.]: Livraria da Física, 2006. Citado na página 18.
- HOBBY, A. *MOTOR O.S. ENGINES 55AX GLOW 2 TEMPOS*. 2020. <https://www.audiottechobby.com.br/MOTOR-O.S.-ENGINES-55AX-GLOW-2-TEMPOS-429-472-80-MOTORES-ACESSORIOS-MOTORES-ACESSORIOS>. Acessado: 13-12-2021. Citado na página 14.
- MOREIRA, C. J. M. *Identificação de modelos lineares para dinâmica de elastomassas mems utilizando critérios da modelagem caixa preta*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2013. Citado na página 12.
- MOURA, M. A. d. S. *Modelação e identificação de motor dc*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Superior de Engenharia do Porto - ISEP, 2014. Citado na página 12.
- RODRIGUES, J. C. *Aeromodelismo: Teórico e Prático*. [S.l.]: Editora Lisboa, 2004. Citado na página 14.
- RODRIGUES, P. R. *Modelagem caixa preta em amplo espectro de frequências de transformador de distribuição monofásico*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2016. Citado na página 12.

---

SÁ, L. L. d.; AMORIM, R. C. M. *Identificação e projeto de controladores aplicados em um motor CC*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília - UnB, 2013. Citado na página 12.

SOBRAL, A. C. N. Motor glow 423 magnum 61 xls r/c mag210770. Diamantina: Equipe Motopropulsão Aerodesign UFVJM, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.