

Luiz Antonio Sobrinho de Souza

**Protótipo de Suspensão Ativa para Veículos de  
Competição *Off-Road***

Brasil

2024

Luiz Antonio Sobrinho de Souza

## **Protótipo de Suspensão Ativa para Veículos de Competição *Off-Road***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca avaliadora do curso de Engenharia de Controle e Automação da Escola Superior de Tecnologia da Universidade do Estado do Amazonas como pré-requisito para obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Universidade do Estado do Amazonas – UEA

Escola Superior de Tecnologia – EST

Engenharia de Controle e Automação

Orientador: Rodrigo Farias Araújo

Brasil

2024

## Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).  
**Sistema Integrado de Bibliotecas da Universidade do Estado do Amazonas.**

S729pp Souza, Luiz Antonio Sobrinho de  
Protótipo de Suspensão Ativa para Veículos de  
Competição Off-Road / Luiz Antonio Sobrinho de Souza.  
Manaus : [s.n], 2024.  
68 f.: color.; 29 cm.

TCC - Graduação em Engenharia de Controle e  
Automação; - Universidade do Estado do Amazonas,  
Manaus, 2024.

Inclui bibliografia

Orientador: Rodrigo Farias Araújo

1. Suspensão Ativa. 2. Conforto. 3. Veículo de  
Corrida Off-Road. 4. Suspensão Ativa em Série com  
Geometria Variável. 5. Baja. I. Rodrigo Farias Araújo  
(Orient.). II. Universidade do Estado do Amazonas. III.  
Protótipo de Suspensão Ativa para Veículos de Competição  
Off-Road

Luiz Antonio Sobrinho de Souza

## **Protótipo de Suspensão Ativa para Veículos de Competição *Off-Road***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca avaliadora do curso de Engenharia de Controle e Automação da Escola Superior de Tecnologia da Universidade do Estado do Amazonas como pré-requisito para obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Trabalho aprovado. Brasil, 28 de fevereiro de 2024:



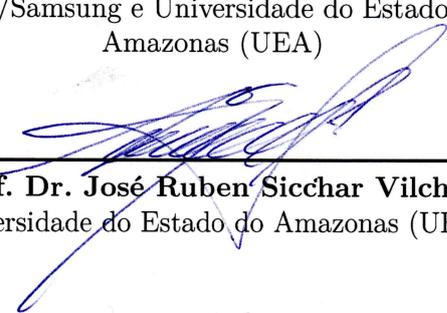
---

**Prof. Dr. Iury Valente de Bessa**  
Universidade Federal do Amazonas (UFAM)



---

**Prof. Dr. Luiz Alberto Queiroz  
Cordovil Júnior**  
Sidia/Samsung e Universidade do Estado do  
Amazonas (UEA)



---

**Prof. Dr. José Ruben Sicchar Vilchez**  
Universidade do Estado do Amazonas (UEA)

Brasil  
2024

# Agradecimentos

Primeiramente à Deus, por ter me proporcionado todas as minhas experiências de vida.

À minha família, em especial aos meus pais, Antonio e Regina, por todo o incentivo e apoio nessa minha jornada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rodrigo Farias Araújo, pelo suporte durante toda a jornada de elaboração deste trabalho.

Ao meu amigo, João Borges, por todo o suporte nos bons e maus momentos da faculdade e da vida.

Ao meu amigo, Aluney Elferr, por ter desenvolvido o projeto de suspensão dianteira em que este trabalho foi baseado.

Ao meu amigo, Eduardo Guimarães, por ter me ajudado no desenvolvimento de algoritmos importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus amigos que participaram comigo da equipe Baja UEA.

A todos os amigos e professores do curso de Engenharia de Controle e Automação.

À Universidade do Estado do Amazonas, por ter me possibilitado muitas oportunidades de aprendizado durante a realização deste curso.

Por fim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente na realização deste trabalho.

*“Racing is Pretty Easy. The challenge is doing it faster than everybody else without losing control. That is an entirely different level” (Newey, Adrian)*

# Resumo

O sistema de suspensão de um veículo desempenha um papel crucial ao lidar com o contato entre o veículo e o solo. Sua função abrange desde manter os pneus firmemente apoiados no solo para seguir terrenos com imperfeições, garantir a isolação dessas irregularidades do chassi, reagir às forças longitudinais (aceleração e frenagem) e laterais (curvas) até resistir à rolagem do chassi. Assim, é evidente que o sistema de suspensão descreve grande parte da dinâmica do veículo, influenciando diretamente a dirigibilidade e o conforto do condutor. Este projeto tem como objetivo desenvolver um protótipo de suspensão ativa, utilizando técnicas de controle moderno, com o propósito de avaliar a melhora de desempenho de um veículo *off-road* no que se refere ao conforto do piloto. Para atingir este objetivo, é proposta a construção de uma planta de controle de 1/4 de carro seguindo a geometria em escala reduzida de um veículo *off-road* do tipo Baja SAE, e incorporando o conceito de mecanismos de atuação SAVGS. Serão empregados motores DC, encoders e acelerômetros para idealizar a eletrônica responsável pelo controle de todo o sistema desenvolvido. Quanto à modelagem do sistema, serão utilizadas técnicas de identificação de sistemas com modelos ARMAX, onde os parâmetros serão obtidos a partir do algoritmo de mínimos quadrados estendidos. O controlador robusto a ser utilizado será baseado na minimização da norma  $\mathcal{H}_2$ , considerando a  $\mathcal{D}$ -Estabilidade.

**Palavras-chave:** Suspensão Ativa, Conforto, Veículo de Corrida Off-Road, Baja, Suspensão Ativa em Série com Geometria Variável (SAVGS).

# Abstract

The vehicle's suspension system plays a crucial role in dealing with the contact between the vehicle and the ground. Its function encompasses keeping the tires firmly grounded on uneven terrain, ensuring the isolation of these chassis irregularities, reacting to longitudinal (acceleration and braking) and lateral (curving) forces, and even resisting chassis rolling. Therefore, it is evident that the suspension system describes a significant portion of the vehicle's dynamics, directly influencing the drivability and comfort of the driver. This project aims to develop an active suspension prototype utilizing modern control techniques to evaluate the enhancement of an off-road vehicle's performance in terms of rider comfort. To achieve this, a 1/4 car control plant will be built based on the reduced-scale geometry of a Baja SAE type off-road vehicle, incorporating the SAVGS actuation mechanisms concept. Electronics, DC motors, encoders, and accelerometers, will be used to control the entire system. System modeling will employ ARMAX models using system identification techniques. The robust controller to be used will be based on minimizing the  $\mathcal{H}_2$  norm, considering  $\mathcal{D}$ -Stability.

**Keywords:** Active Suspension, Comfort, Off-Road Racing Vehicle, Baja, Series Active Variable Geometry Suspension (SAVGS).

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação do Modelo Quarter-Car. Os subscritos $s$ , $u$ , $t$ , $r$ representam componentes suspensos pela mola ( <i>Sprung</i> ), não suspensos ( <i>Unsprung</i> ), Pneu ( <i>Tire</i> ) e Estrada ( <i>Road</i> ), respectivamente. Enquanto que as letras $k$ , $c$ , $z$ representam molas, amortecedores e deslocamento, respectivamente. . . . .	16
Figura 2 – Resposta a oscilações da suspensão e seus principais modos de vibração.	17
Figura 3 – Comparação da deflexão causada ao sistema de suspensão para o modelo multicorpos real (linha contínua), modelo quarter-car com parâmetros nominais (linha pontilhada) e modelo identificado (linha traço e ponto).	18
Figura 4 – Representação do Modelo Full-Car. . . . .	18
Figura 5 – Disposição do atuador na suspensão. (a) Modelo passivo de suspensão veicular. (b) Modelo SAVGS equivalente ao passivo em estado estacionário. (c) Modelo SAVGS com ação no amortecedor para compensação de esforços. . . . .	20
Figura 6 – Relação de não linearidade presente na deflexão do conjunto mola amortecedor quando variado angulo do elo. O parâmetro $\alpha$ corresponde a uma tentativa de linearizar e transformação o deslocamento angular do elo em um deslocamento linear. . . . .	21
Figura 7 – Curvas de ponderação para os valores RMS da aceleração. A curva $W_k$ , linha contínua, corresponde a ponderação de acelerações para o eixo vertical com relação ao assento. Enquanto que as curva $W_d$ , linha tracejada, e $W_f$ , linha traço e ponto, correspondem a ponderação horizontal para os outros eixos. . . . .	24
Figura 8 – LFSRs de 3 bits. . . . .	26
Figura 9 – Modelo geral para representação de sistemas. . . . .	27
Figura 10 – Modelo ARX. . . . .	27
Figura 11 – Modelo ARMAX . . . . .	28
Figura 12 – Sistema proposto para a obtenção do controlador $\mathcal{H}_2$ . . . . .	33
Figura 13 – Sistema discreto com integrador para rastreamento de referência. . . . .	35
Figura 14 – Plano- $z$ . . . . .	36
Figura 15 – Propagação da função de probabilidade. . . . .	38
Figura 16 – Fluxograma de desenvolvimento. . . . .	39
Figura 17 – Suspensão duplo A. . . . .	40
Figura 18 – Base Deslizamento. . . . .	41
Figura 19 – Estrutura de Suporte. . . . .	42
Figura 20 – Mecanismo de Distúrbio. . . . .	42

Figura 21 – Amortecedor com mecanismo <i>Single Link</i> .	43
Figura 22 – Montagem completa da suspensão ativa.	43
Figura 23 – Conjunto mola amortecedor.	44
Figura 24 – Diagrama de conexões elétricas.	45
Figura 25 – Acelerômetro/giroscópio MPU6050.	45
Figura 26 – <i>Encoder</i> incremental E6B2-CWZ5B.	46
Figura 27 – Motor DC com caixa de redução planetária.	47
Figura 28 – Driver Ponte H L298N.	47
Figura 29 – Microcontrolador ESP32	48
Figura 30 – Sequência PRBS Aplicada ao Motor DC	50
Figura 31 – Malha de controle do servomotor.	51
Figura 32 – Sequência PRBS Aplicada à Suspensão Ativa	52
Figura 33 – Malha de controle do servomotor.	53
Figura 34 – Procedimento para validação do controlador da Suspensão Ativa.	54
Figura 35 – Teste Dinâmico Motor	55
Figura 36 – Simulação de um passo a frente do modelo identificado para o servomotor.	56
Figura 37 – Teste prático do sistema servomotor.	58
Figura 38 – Teste dinâmico da suspensão ativa.	59
Figura 39 – Simulação de um passo a frente do modelo identificado para o sistema ativo.	59
Figura 40 – Resposta do atuador aos diferentes distúrbios aplicados.	61
Figura 41 – Aplicação do ruído $\omega_1$ ao sistema de suspensão.	63
Figura 42 – Aplicação do ruído $\omega_2$ ao sistema de suspensão.	63
Figura 43 – Aplicação do ruído $\omega_3$ ao sistema de suspensão.	64

# Lista de abreviaturas e siglas

ADAMS	Advanced Dynamic Analysis of Mechanical Systems by MSC
ARMAX	AutoRegressive Moving Average with exogenous inputs
ARX	AutoRegressive with exogenous inputs
CG	Centro de Gravidade
CPU	Central Processing Unit
DC	Direct Current
EMQ	Mínimos Quadrados Estendidos
IMU	Inertial Measurement Unit
ISO	International Organization for Standardization
LFSRs	Linear Feedback Shift Registers
LMI	Linear Matrix Inequality
MQ	Mínimos Quadrados
PWM	Pulse Width Modulation
PRBS	Pseudorandom Binary Sequence
RMS	Root Mean Square
SAE	Society of Automotive Engineers
SAVGS	Series Active Variable Geometry Suspension

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>14</b>
1.1.1	Objetivos específicos	14
<b>1.2</b>	<b>Estrutura do Trabalho</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>Descrição dos Sistemas de Suspensão</b>	<b>15</b>
2.1.1	Modelo Quarter-Car	15
2.1.2	Modelo Full-Car	17
2.1.3	Modelo do Atuador	19
2.1.4	Sistema de suspensão	20
2.1.5	Molas	21
2.1.6	Amortecedores	22
2.1.7	Pneus	22
2.1.8	Características de desempenho	22
2.1.8.1	Aceleração RMS Ponderada	23
<b>2.2</b>	<b>Identificação de Sistemas</b>	<b>23</b>
2.2.1	Sinais Aleatórios e Pseudoaleatórios	25
2.2.1.1	Sinais Binários Pseudoaleatórios	25
2.2.2	Representações Matemáticas	26
2.2.2.1	Modelo ARX	27
2.2.2.2	Modelo ARMAX	27
2.2.3	Algoritmos para Estimação de Parâmetros	28
2.2.3.1	Método dos Mínimos Quadrados Clássico	28
2.2.3.2	Método dos Mínimos Quadrados Estendido	29
<b>2.3</b>	<b>Sistemas de Tempo Discreto</b>	<b>30</b>
2.3.1	Amostragem de sinais	30
2.3.2	Desigualdades matriciais lineares	31
2.3.3	Estabilidade de Lyapunov	31
2.3.3.1	Estabilidade de Lyapunov para Sistemas Discretos	32
2.3.4	Controle Robusto $\mathcal{H}_2$	33
2.3.4.1	Problema de Rastreamento	34
2.3.4.2	$\mathcal{D}$ -Estabilidade	35
2.3.5	Estimação de Estados e o Filtro de Kalman	37
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>39</b>

<b>3.1</b>	<b>Projeto do Protótipo de Suspensão Ativa</b>	<b>39</b>
3.1.1	Mecânica	40
3.1.1.1	Amortecedor e mola	44
3.1.2	Eletrônica	44
3.1.2.1	Sensores	44
3.1.2.2	Atuador	46
3.1.3	Sistema computacional	46
<b>3.2</b>	<b>Identificação e Projeto dos Sistemas de Controle</b>	<b>49</b>
3.2.1	Servomotor – Mecanismo SAVGS	49
3.2.2	Suspensão ativa	51
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>55</b>
<b>4.1</b>	<b>Servomotor – Mecanismo SAVGS</b>	<b>55</b>
4.1.1	Sistema identificado	55
4.1.1.1	Controle de posição angular	56
<b>4.2</b>	<b>Suspensão Ativa</b>	<b>58</b>
4.2.1	Controle da Suspensão Ativa	60
<b>4.3</b>	<b>Resposta à Distúrbios da Suspensão Ativa</b>	<b>61</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>65</b>
<b>5.1</b>	<b>Trabalhos Futuros</b>	<b>65</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>67</b>

# 1 Introdução

O sistema de suspensão de um veículo desempenha um papel crucial ao lidar com o contato entre o veículo e o solo. Sua função abrange desde manter os pneus firmemente apoiados no solo para seguir terrenos com imperfeições, garantir a isolação dessas irregularidades do chassi, reagir às forças longitudinais (aceleração e frenagem) e laterais (curvas) até resistir à rolagem do chassi. Assim, é evidente que o sistema de suspensão descreve grande parte da dinâmica do veículo, influenciando diretamente a dirigibilidade e o conforto do condutor.

Adicionalmente, nos veículos off-road, projetados para realizar manobras estreitas e transpor obstáculos em terrenos não pavimentados, a importância do sistema de suspensão torna-se ainda mais perceptível.

No contexto deste trabalho, o comportamento de um sistema de suspensão pode ser categorizado em três tipos principais: sistemas passivos, semi-ativos e ativos. Os sistemas passivos, que não recebem energia externa de atuadores, utilizam componentes convencionais, como molas e amortecedores, com parâmetros fixos.

Por outro lado, os sistemas semi-ativos permitem a alteração dos parâmetros das molas e amortecedores de acordo com os sinais de controle, geralmente focando na modificação do coeficiente de amortecimento devido à simplicidade e menor custo em comparação com a alteração da rigidez.

Finalmente, nos sistemas ativos, as molas e amortecedores são substituídos ou utilizados em conjunto com atuadores que geram as forças ideais para o sistema de suspensão. Portanto, neste trabalho, o foco está no projeto e análise de um protótipo de sistema de suspensão ativa.

Para o desenvolvimento desse sistema, será utilizado como base um veículo *off-road* de corrida do tipo Baja SAE, desenvolvido pela equipe Baja UEA, com ênfase especial na suspensão dianteira desenvolvida durante o trabalho de conclusão de curso de [Junior \(2022\)](#). Este veículo é manufaturado com o intuito de participar da competição universitária Baja SAE Nacional, onde são realizadas diversas provas para avaliar o projeto construído, sendo uma dessas prova denominada de *Endurance*. Que consiste em o veículo realizar um circuito sinuoso durante 4 horas seguidas para avaliar a capacidade do veículo e do piloto de suportar o estresse de forma contínua.

A partir da suspensão dianteira desse veículo e seguindo o conceito do mecanismo SAVGS, apresentado por [Arana, Evangelou e Dini \(2014\)](#) e detalhado na [subseção 2.1.3](#), será projetado um protótipo de suspensão ativa em escala de 60%, seguindo o modelo

de 1/4 de carro. Para isso, considera-se a hipótese de que um sistema ativo seja capaz de melhorar o conforto do piloto para este tipo de veículo durante provas similares a de *Endurance*. Para a análise do conforto do piloto, serão identificados índices bem difundidos pela comunidade científica, como o definido pela norma [ISO 2631 \(1997\)](#), para permitir a correta validação do funcionamento do protótipo proposto. Nesse cenário, este trabalho está focado nos objetivos descritos na seção a seguir.

## 1.1 Objetivos

Desenvolver um sistema de suspensão ativa, utilizando técnicas de controle moderno, com o propósito de avaliar a melhora de desempenho de um veículo *off-road* no que se refere ao conforto do piloto.

### 1.1.1 Objetivos específicos

1. Realizar a modelagem 3D do projeto mecânico de um protótipo em 1/4 de carro visando a realização de validações em ambiente real;
2. Integrar o sistema mecânico e elétrico da planta;
3. Desenvolver o algoritmo do microprocessador para que seja possível comandar a planta corretamente;
4. Executar técnicas de identificação de sistemas para obter o modelo matemático da planta real construída;
5. Escolher a estratégia de controle a ser adotada;
6. Definir índices padrões para mensurar conforto em veículos;
7. Validar o desempenho e robustez do controlador, avaliando os índices de conforto escolhidos para diferentes distúrbios.

## 1.2 Estrutura do Trabalho

Este estudo está organizado conforme os seguintes capítulos. O [Capítulo 2](#) apresenta o referencial teórico utilizado nesta monografia. No [Capítulo 3](#) é exposto os materiais e métodos a serem empregada neste projeto. O [Capítulo 4](#) apresenta os resultados obtidos nos testes realizados. Por fim, o [Capítulo 5](#) discorre sobre as considerações finais e conclusão do trabalho.

## 2 Referencial Teórico

Neste capítulo, será realizada uma revisão da teoria básica necessária para o desenvolvimento de um sistema de Suspensão Ativa. Serão apresentados conceitos que exploram as características construtivas de suspensões veiculares, métodos para identificação de sistemas e o desenvolvimento matemático essencial para a obtenção de sistemas de controle robusto.

### 2.1 Descrição dos Sistemas de Suspensão

Os sistemas de suspensão veicular são sistemas geométricos complexos, com muitos graus de liberdade. Em decorrência dessa complexidade, são frequentemente modelados e analisados com o auxílio de softwares de dinâmica multicorpo, como o MSC ADAMS. Devido a essa característica, tais modelos apresentam alto custo computacional e não são adequados para execução em tempo real.

Neste contexto, nos próximos tópicos serão apresentados alguns modelos geralmente empregados para substituir a complexidade do sistema real. Essas abordagens visam aprimorar a eficiência computacional dos modelos, permitindo análises mais rápidas e viáveis para simulações e aplicação de controle em tempo real.

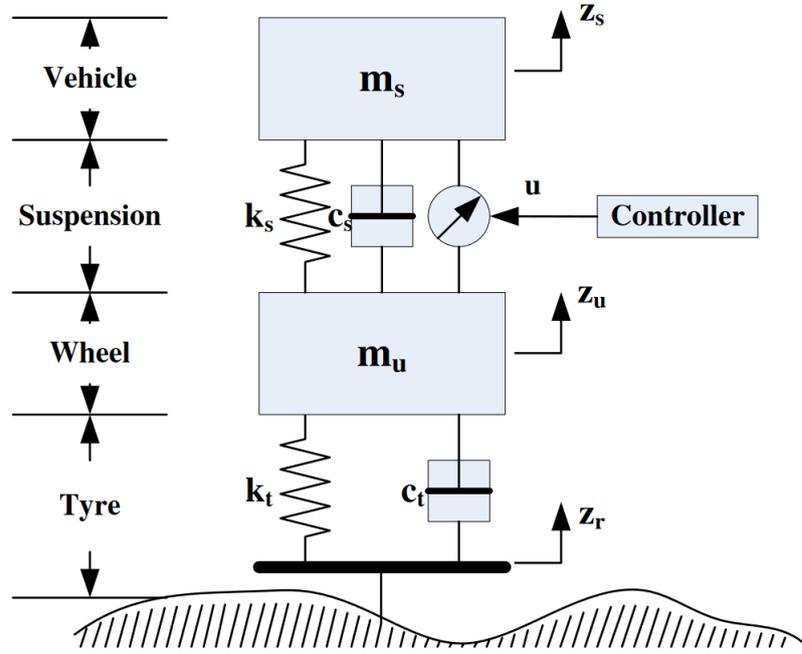
#### 2.1.1 Modelo Quarter-Car

O modelo de 1/4 de carro (*Quarter-Car*), é uma representação simplificada utilizada para estudar a dinâmica vertical da suspensão de um carro, conforme mostrado na [Figura 1](#). Neste modelo, é considerada apenas uma das rodas do veículo, assumindo-se que todas as outras funcionam de forma semelhante.

Ele é constituído por duas massas:  $m_s$ , denominada massa suspensa, representa a massa de todos os componentes do carro suportados pela suspensão, enquanto  $m_u$ , denominada massa não suspensa, engloba os componentes da suspensão e a roda. Essas massas são interligadas por elementos  $k_s$  e  $c_s$ , que representam, respectivamente, a rigidez efetiva da mola e o amortecimento efetivo da suspensão. Além disso, o modelo inclui elementos  $k_t$  e  $c_t$ , que conectam a massa não suspensa ao chão e representam a rigidez e o amortecimento do pneu. Por fim, determinando a parte ativa do sistema tem-se um elemento de força  $u$ .

A partir do diagrama apresentado na [Figura 1](#) e da aplicação da segunda lei de Newton obtém-se as equações apresentadas em (2.1) que descrevem a dinâmica do sistema.

Figura 1 – Representação do Modelo Quarter-Car. Os subscritos  $s$ ,  $u$ ,  $t$ ,  $r$  representam componentes suspensos pela mola (*Sprung*), não suspensos (*Unsprung*), Pneu (*Tire*) e Estrada (*Road*), respectivamente. Enquanto que as letras  $k$ ,  $c$ ,  $z$  representam molas, amortecedores e deslocamento, respectivamente.



Fonte: (GAO; SUN; KAYNAK, 2009, p. 5175)

$$\begin{aligned}
 \ddot{m}_s + c_s[\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)] + k_s[z_s(t) - z_u(t)] &= u(t) \\
 m_u \ddot{z}_u(t) + c_s[\dot{z}_u(t) - \dot{z}_s(t)] + k_s[z_u(t) - z_s(t)] + k_t[z_u(t) - z_r(t)] + c_t[\dot{z}_u(t) - \dot{z}_r(t)] &= -u(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

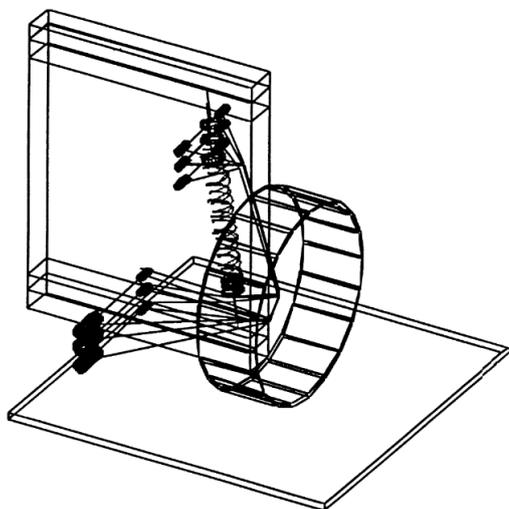
De acordo com Kim e Ro (2000), este modelo é simples e muito efetivo em representar os principais modos de vibração (*sprung mass bouncing e wheel hopping*) apresentados na Figura 2, presentes na representação de 1/4 de carro. Porém, ele também aborda que apesar dessa efetividade, a utilização dos parâmetros nominais dos componentes, molas e amortecedores, muito utilizado por grande parte dos autores que realizam estudos em sistemas de suspensão ativa, não é a melhor abordagem já que o sistema apresenta incertezas devido a sua estrutura cinemática.

Em Kim e Ro (2000) são propostos dois métodos para a obtenção de parâmetros equivalentes que melhor representam a dinâmica vertical da suspensão. O primeiro método é baseado em se possuir o modelo multicorpos do sistema e através dele realizar a aplicação de técnicas de linearização e redução de modelo a fim de se obter uma forma simplificado com a mesma estrutura do apresentado na Equação 2.1.

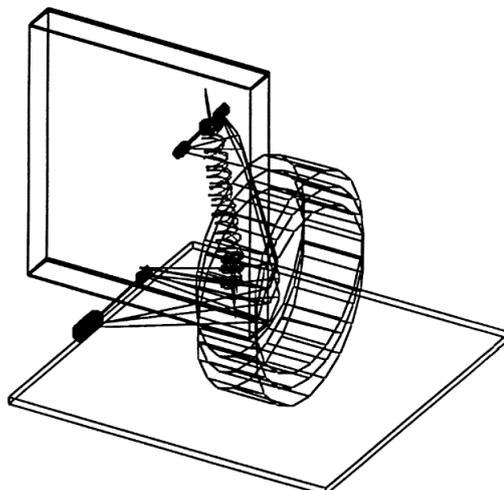
O segundo método utiliza técnicas de identificação de sistemas físicos reais. Esse

Figura 2 – Resposta a oscilações da suspensão e seus principais modos de vibração.

(a) Oscilação da massa suspensa (*sprung mass bouncing*).



(b) Oscilação da roda (*wheel hopping*).



Fonte: (KIM; RO, 2000, p. 856)

método busca contornar o fato de que frequentemente não se dispõe de todas as informações detalhadas e precisas sobre a geometria e parâmetros do sistema a ser controlado, tornando inviável a construção de um modelo multicorpos complexo para a análise e aplicação do primeiro método.

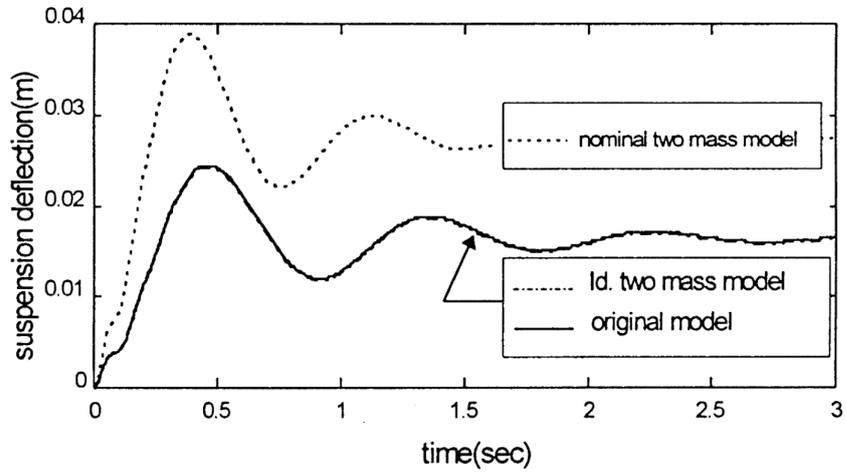
Diante do exposto, é possível comparar os modelos obtidos pelos dois métodos e concluir que ambos são capazes de gerar um modelo de quarter-car muito mais efetivo do que a utilização direta dos parâmetros nominais, como apresentado na Figura 3.

### 2.1.2 Modelo Full-Car

O modelo de carro completo (*full-car*) é consideravelmente mais complexo que o modelo quarter-car anteriormente apresentado, por essa razão ele é capaz de capturar mais detalhadamente a dinâmica do veículo. Esse modelo é constituído basicamente por 4 modelos quarter-car cuja massa suspensa é interligada como apresentado na Figura 4, devido a essa construção esse modelo possui 7 graus de liberdade que se relacionam no movimento vertical (*heave*), rolagem (*roll*) e arfagem (*pitch*) da massa suspensa, assim como o movimento vertical das 4 massas não suspensas.

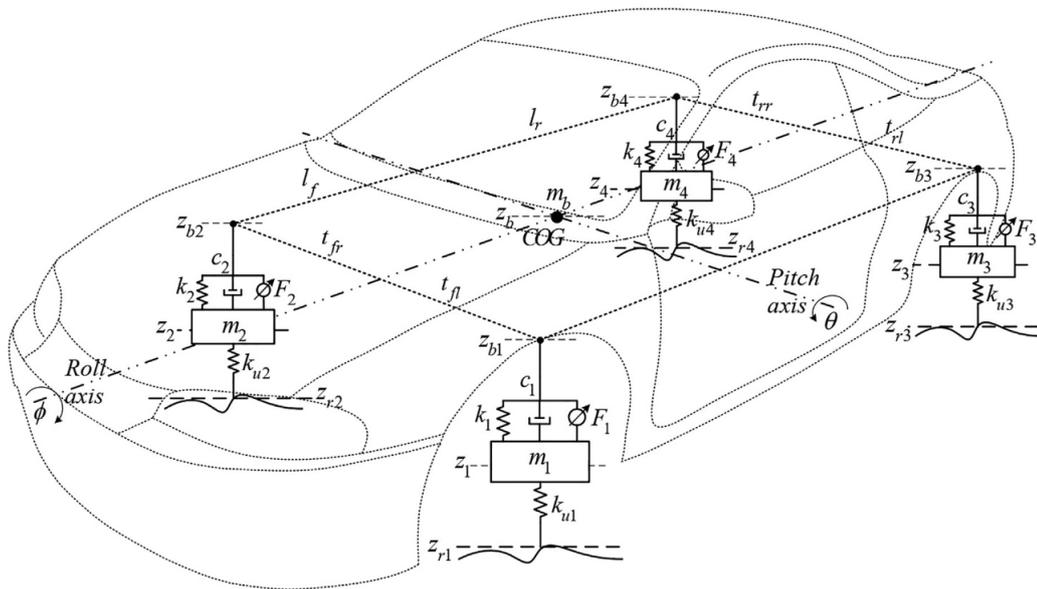
Segundo Ikenaga et al. (2000) a obtenção do modelo matemática considera que a localização do centro de gravidade (CG) da massa suspensa, representando a carroceria do veículo, não muda no tempo, dessa forma representando as coordenadas do sistema de suspensão em relação a esse ponto e ao eixo longitudinal do veículo. E para a simplificação da modelagem é considerado que os ângulos de rolagem e arfagem são pequenos de modo

Figura 3 – Comparação da deflexão causada ao sistema de suspensão para o modelo multicorpos real (linha contínua), modelo quarter-car com parâmetros nominais (linha pontilhada) e modelo identificado (linha traço e ponto).



Fonte: Kim e Ro (2000, p. 863)

Figura 4 – Representação do Modelo Full-Car.



Fonte: (OZARSLAN; ŞAHIN, 2020, p.3)

a permitir a utilização da aproximação das funções trigonométricas para ângulos pequenos. Assim, ao se aplicar a segunda lei de Newton no modelo é possível obter as seguintes equações que descrevem o sistema:

$$m_i \ddot{z}_i = k_{ui}(z_{ri} - z_i) - k_i(z_i - z_{bi}) - c_i(\dot{z}_i - \dot{z}_{bi}) - F_i$$

$$m_b \ddot{z}_b = \sum_{i=1}^4 (k_i(z_i - z_{bi}) + c_i(\dot{z}_i - \dot{z}_{bi}) + F_i), i = (1, 2, 3, 4)$$

$$\begin{aligned}
J\theta &= [k_1(z_1 - z_{b1}) + c_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_{b1}) + F_1 + k_2(z_2 - z_{b2}) + c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_{b2}) + F_2]l_f \\
&\quad - [k_3(z_3 - z_{b3}) + c_3(\dot{z}_3 - \dot{z}_{b3}) + F_3 + k_4(z_4 - z_{b4}) + c_4(\dot{z}_4 - \dot{z}_{b4}) + F_4]l_r \\
I\phi &= [k_1(z_1 - z_{b1}) + c_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_{b1}) + F_1]t_{fl} \\
&\quad - [k_2(z_2 - z_{b2}) + c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_{b2}) + F_2]t_{fr} \\
&\quad + [k_3(z_3 - z_{b3}) + c_3(\dot{z}_3 - \dot{z}_{b3}) + F_3]t_{rl} \\
&\quad - [k_4(z_4 - z_{b4}) + c_4(\dot{z}_4 - \dot{z}_{b4}) + F_4]t_{rr}
\end{aligned}$$

Realizando uma comparação entre os sistemas e modelos para *quarter-car* e *full-car*, percebe-se a diferença no grau de complexidade entre ambos. O projeto e a viabilização para a construção e controle de um modelo de carro completo apresentariam um custo computacional e de componentes muito mais elevado. Dessa forma, o presente trabalho terá como foco os modelos gerados com base na representação de 1/4 de carro

### 2.1.3 Modelo do Atuador

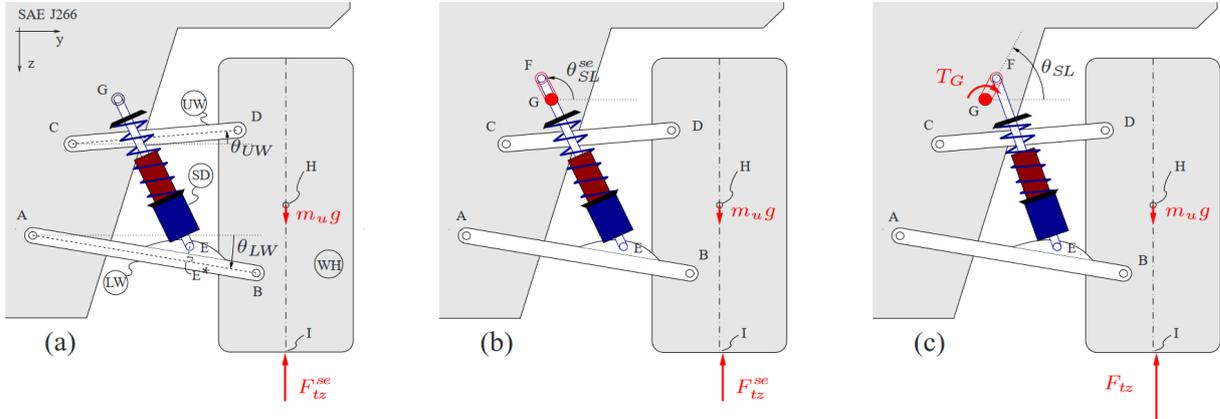
Grande parte dos estudos relacionados a sistemas de suspensão ativa abstraem a dinâmica dos atuadores, limitando-se a representar apenas a sua ação. No entanto, uma das principais limitações dos sistemas ativos reside justamente nos atuadores. Isso se deve ao fato de que eles precisam agir sobre o sistema da maneira mais rápida possível e devem ser capazes de fornecer forças em escala elevada, o que demanda a instalação de atuadores robustos que são associados a custos elevados, alta complexidade e peso considerável.

Para contornar esse problema, alguns autores têm buscado alternativas para mitigar esses requisitos. Uma dessas propostas é apresentada por [Arana, Evangelou e Dini \(2014\)](#) na forma de uma Suspensão Ativa em Série com Geometria Variável - SAVGS (Series Active Variable Geometry Suspension).

O SAVGS é composto por um sistema de elo (*link*) embutido no terminal superior do conjunto mola/amortecedor como apresentado na [Figura 5](#), que é acoplado a uma caixa de redução e um motor e permite a rotação do link ao redor do ponto  $G$  e através do controle de posição do motor permite que a compressão da mola seja ajustada com base na necessidade. Esse sistema prevê a possibilidade de ajuste na transferência de peso, aerodinâmica ativa, ajuste de altura de rolagem assim como outros conceitos.

Devido às vantagens presentes nesse tipo de sistema, considera-se que ele é uma alternativa interessante a ser aplicada. No entanto, também existem algumas limitações nessa geometria, especialmente no que diz respeito à atuação do sistema. Como a atuação é baseada na rotação de um elo por meio de um motor, ou seja, pela aplicação de um torque, a adição de esforços ao sistema depende do equilíbrio entre esse torque e a força gerada pelo deslocamento da mola de sua posição inicial, essa relação é apresentada na [Equação 2.2](#), onde  $F_{SD}$ ,  $l_{SD}$ ,  $l_{SD_0}$ ,  $T_G$  e  $\theta_{SL}$  correspondem a força no conjunto mola

Figura 5 – Disposição do atuador na suspensão. (a) Modelo passivo de suspensão veicular. (b) Modelo SAVGS equivalente ao passivo em estado estacionário. (c) Modelo SAVGS com ação no amortecedor para compensação de esforços.



Fonte: Arana, Evangelou e Dini (2014, p. 5)

amortecedor, comprimento atual do conjunto, comprimento inicial do conjunto, torque aplicado ao elo e angulo do elo, respectivamente.

$$\begin{aligned}
 F_{SD} &= k_s(l_{SD} - l_{SD_0}) \\
 T_G &= F_{SD} \frac{dl_{SD}}{d\theta_{SL}}
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

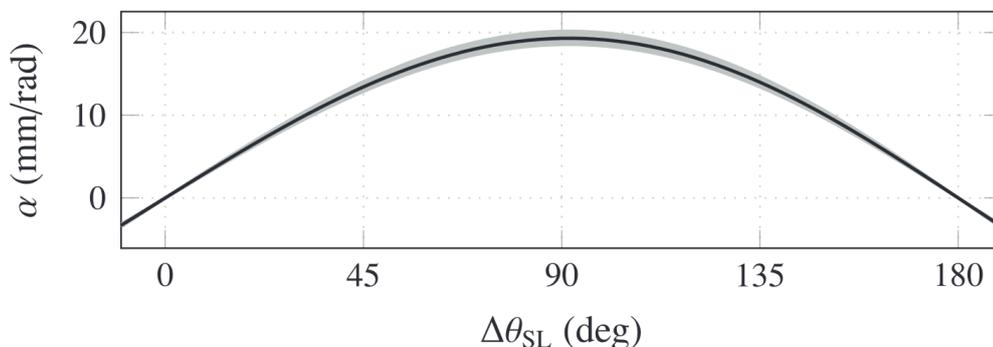
Dado que a posição do motor é fixa, o deslocamento gerado na mola é limitado ao comprimento máximo do elo instalado. Nesse contexto, o ponto de extensão máxima é  $0^\circ$ , e a compressão máxima ocorre a  $180^\circ$ , especialmente em uma análise estática das massas suspensa e não suspensa. No entanto, apesar de serem os pontos extremos de deflexão na análise estática, em Arana, Evangelou e Dini (2017) é destacado que, devido à não linearidade na variação do deslocamento durante a rotação do elo, como apresentado em Figura 6, esses pontos são pouco efetivos para o controle de esforços. Sendo que a maior taxa de variação de deslocamento ocorre quando o elo está aproximadamente a  $90^\circ$  em relação ao conjunto mola-amortecedor, sendo este ponto preferível para se possuir maior ação sobre o sistema.

#### 2.1.4 Sistema de suspensão

Como já abordado anteriormente, o sistema de suspensão é primordial para definir o funcionamento de um veículo, e segundo Gillespie (1992) pode ser dividido entre duas categorias majoritárias, definidas a seguir.

- Suspensão dependente: quando existe a conexão de um eixo rígido entre as duas

Figura 6 – Relação de não linearidade presente na deflexão do conjunto mola amortecedor quando variado angulo do elo. O parâmetro  $\alpha$  corresponde a uma tentativa de linearizar e transformação o deslocamento angular do elo em um deslocamento linear.



Fonte: (ARANA; EVANGELOU; DINI, 2017, p. 116)

rodas opostas, garantindo que qualquer excitação em um lado seja transmitido ao outro, permitindo o alinhamento das rodas e menor desgaste dos pneus, porém com a desvantagens de maior suscetibilidade a vibrações.

- Suspensão independente: como o nome sugere, garante que as rodas opostas trabalhem de forma independente, sem que excitações em um lado sejam transmitidas ao outro, garantindo que o veículo tenha maior liberdade na transposição de obstáculos, dessa forma permitindo ganhos de conforto e estabilidade.

A seguir, serão descritos os principais componentes que compõem uma suspensão veicular, sendo estes componentes as Molas, Amortecedores e os Pneus.

### 2.1.5 Molas

As molas são componentes essenciais da suspensão, responsáveis por absorver e armazenar energia mecânica. Sua função principal é suportar o peso do veículo e garantir o contato contínuo do pneu com o solo, especialmente durante a passagem por obstáculos. Isso é possível devido à capacidade das molas de armazenar energia ao serem comprimidas e, posteriormente, liberá-la, permitindo o retorno do contato do pneu com o solo, dessa forma proporcionando maior tração, estabilidade e controle do veículo.

Conforme apontado por Milliken e Milliken (1995), o tipo mais comum de molas é a helicoidal que utiliza a propriedade de torção de um fio para gerar sua capacidade elástica sendo aplicada tanto em suspensões dependentes quanto independentes. Essas molas são amplamente utilizadas devido à sua eficiência e confiabilidade na aplicação em suspensões de veículos.

Além de sua função básica, as molas têm um papel fundamental na otimização do desempenho do veículo, e o ajuste correto das suas propriedades, como rigidez  $k_s$ , é crucial para alcançar o equilíbrio adequado entre conforto e dirigibilidade.

### 2.1.6 Amortecedores

O amortecedor é um componente responsável por dissipar energia mecânica na presença de movimento. Sua função é controlar as vibrações da suspensão de um veículo, especialmente quando se aproximam da sua frequência natural. Essas vibrações podem causar danos ao veículo e gerar comportamentos inseguros para o piloto.

Conforme mencionado por [Dixon \(2007\)](#), a capacidade do amortecedor de dissipar energia é crucial para o controle adequado das oscilações do veículo, resultantes de irregularidades da estrada, impactos e manobras. Ao fazer isso, o amortecedor contribui para a estabilidade, conforto e segurança da condução.

Assim como nas molas, é importante ajustar corretamente as propriedades do amortecedor, como a taxa de amortecimento  $c_s$ , para garantir um equilíbrio adequado entre o controle das vibrações e o conforto do veículo.

### 2.1.7 Pneus

O pneu é o componente que gera o contato primário do veículo com o solo, sendo responsável por transmitir todo o trabalho executado pelo sistema de suspensão. Conforme mencionado por [Smith \(1987\)](#), o pneu garante a capacidade de tração para acelerações longitudinais e a capacidade de curva para acelerações laterais, definindo, assim, a manobrabilidade e a resposta direcional do veículo. Ele é caracterizado por várias propriedades, tais como o coeficiente de atrito e o coeficiente de escorregamento (*slip*).

### 2.1.8 Características de desempenho

Neste trabalho, a identificação de características de desempenho padronizadas para avaliar o comportamento dinâmico do sistema de suspensão a ser estudado é de suma importância. A principal característica abordada será o conforto do piloto ao dirigir.

Segundo [Bahmani \(2021\)](#), apesar da definição de conforto ser algo complexo e subjetivo, na qual diferentes pessoas podem considerar diferentes aspectos, de forma geral é um conceito que tem sido amplamente estudado e testado pela comunidade científica. Chegando ao ponto de ser caracterizado por índices padronizados que se baseiam na isolação de acelerações que seriam transmitidas ao chassi do veículo e eventualmente ao piloto, provindas de distúrbios externos gerados pela pista.

### 2.1.8.1 Aceleração RMS Ponderada

A aceleração *root-mean-square* - RMS ponderada é uma métrica padronizada pela norma ISO 2631 (ISO 2631, 1997), que identifica a aceleração proveniente da vibração dos componentes da suspensão como uma das principais causas do desconforto. Essa métrica visa apresentar o valor da energia média do sinal de aceleração ponderado para determinadas frequências de interesse.

A necessidade de ponderar o valor RMS é justificada pelo fato de que, durante a exposição a vibrações de corpo inteiro, a resposta do organismo não é idêntica para todas as frequências. Ou seja, existe maior sensibilidade em certas frequências. No caso de acelerações verticais com relação ao assento do veículo, que é justamente o caso de interesse para o presente trabalho, observa-se que a região de sensibilidade situa-se entre 4Hz e 8Hz.

A partir dessas considerações, a ISO 2631 (1997) apresenta uma forma de calcular a aceleração RMS ponderada, representada por  $a_w$ , usando a Equação 2.3. Nesta equação os termos  $a_{rms_i}$  e  $W_i$  correspondem ao valor de aceleração RMS e ao fator de ponderação para uma banda de frequências específica. Tendo em vista a aplicação de filtros passa faixa durante o cálculo do valor RMS, de modo a isolar as bandas de frequência de interesse para que os valores sejam ponderados corretamente.

$$\begin{aligned} a_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt} \\ a_w &= \sqrt{\sum (W_i a_{rms_i})^2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

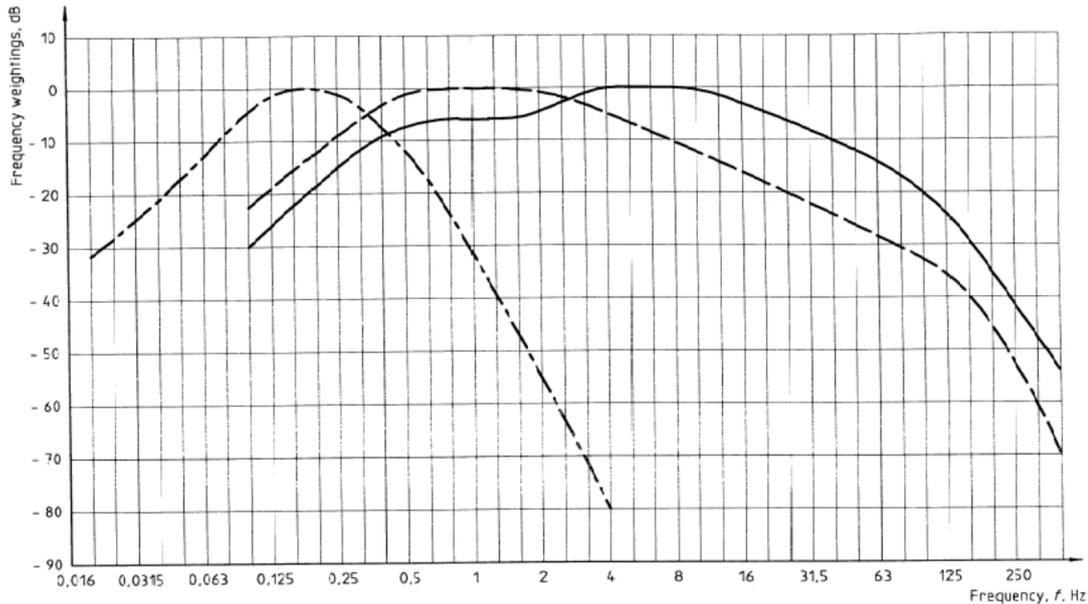
A norma fornece que na análise de conforto para corpo inteiro deve se utilizar a curva  $W_k$ , apresentada na Figura 7, que corresponde a ponderação da aceleração no eixo vertical no assento do veículo. Esse fator de ponderação potencializa o valor de aceleração para a faixa de frequência que mais afeta o conforto percebido pelo piloto, sendo essa faixa entre 4 Hz e 8 Hz.

As curvas  $W_d$  e  $W_f$  apresentadas no gráfico não serão utilizadas já que são utilizadas para análises com acelerações horizontais, e neste estudo somente serão de interesse acelerações verticais.

## 2.2 Identificação de Sistemas

De acordo com Aguirre (2015), a identificação de sistemas emerge como uma abordagem alternativa ao convencional processo de modelagem matemática. Onde é envolvida a aplicação de leis físicas complexas que demandam informações detalhadas e precisas sobre um determinado processo. Entretanto, essas informações frequentemente não estão prontamente disponíveis.

Figura 7 – Curvas de ponderação para os valores RMS da aceleração. A curva  $W_k$ , linha contínua, corresponde a ponderação de acelerações para o eixo vertical com relação ao assento. Enquanto que as curva  $W_d$ , linha tracejada, e  $W_f$ , linha traço e ponto, correspondem a ponderação horizontal para os outros eixos.



Fonte: (ISO 2631, 1997)

Diante disso, a identificação de sistemas busca obter um modelo matemático a partir do uso de dados de testes dinâmicos, visando explicar de maneira aproximada a relação de causa e efeito entre os sinais de entrada  $u(k)$  e saída  $y(k)$  de um sistema qualquer. Essa abordagem, portanto, é favorável para casos que apresentam limitações que impeçam a modelagem matemática tradicional.

Adicionalmente, o processo de identificação pode ser descrito nas seguintes etapas principais:

1. Testes Dinâmicos e coleta de dados
2. Escolha da representação matemática
3. Determinação da estrutura do modelo
4. Estimação dos parâmetros
5. Validação do modelo

### 2.2.1 Sinais Aleatórios e Pseudoaleatórios

No que se refere à realização de testes dinâmicos para a identificação de um determinado sistema, é de grande importância o correto condicionamento do sinal de entrada a ser utilizado para excitar a planta em questão.

Um sinal de entrada bem condicionado deve possuir uma função de correlação cruzada tal que seu valor seja não nulo apenas para o atraso  $\tau = 0$ . Um interessante tipo de sinal apresentado e que possui essa característica são aqueles que possuem espectro de frequência branco ou quase branco, característica predominante de sinais aleatórios [Aguirre \(2015\)](#).

Essa definição e o uso desse tipo de sinal para a identificação de sistemas são justificados por duas interpretações distintas. A primeira é que, do ponto de vista numérico, a estimação dos parâmetros de um determinado sistema envolve a inversão de uma matriz, onde para o caso de modelos que possuam regressores que consideram o sinal de entrada, não utilizar esse tipo de sinais fará com que a matriz fique mal condicionada para a realização da inversa.

A segunda interpretação se dá através da dinâmica do sistema. A natureza da potência espectral dos ruídos brancos permite suficiente excitação da dinâmica do sistema para as suas faixas de frequência dominantes.

#### 2.2.1.1 Sinais Binários Pseudoaleatórios

Conforme destacado por [Aguirre \(2015\)](#), os sinais binários pseudoaleatórios (PRBS) são bastante populares devido à sua facilidade de utilização e à capacidade geração repetidamente, resultado da sua construção determinística.

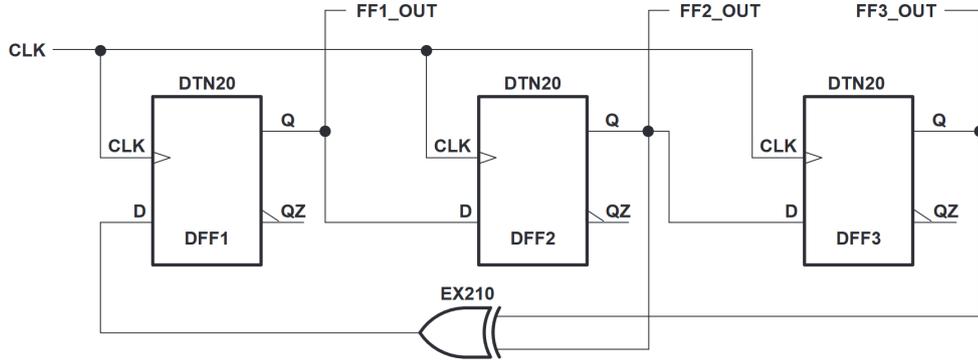
De maneira simplificada um sinal binário pseudoaleatório possui apenas dois valores possíveis,  $+V$  e  $-V$ , e que são alterados apenas em instantes bem definidos, seguindo um determinado intervalo  $T_b$ , como exemplificado por  $t = 0, T_b, 2T_b, \dots, NT_b$ .

Uma abordagem interessante para gerar este tipo de sinal é por meio do uso de registradores com realimentação linear (*Linear Feedback Shift Registers* - LFSRs), conforme ilustrado na [Figura 8](#). A cada iteração ou pulso de *Clock*, um novo conjunto de  $n$  bits pseudoaleatórios é gerado a partir de operações binárias XOR (OU-Exclusivo) entre algumas das saídas significativas dos registradores, os quais armazenam uma determinada sequência inicial (*Seed*) não nula.

Através do uso dos LFSRs, é possível gerar uma sequência pseudoaleatória  $m$  que atinge uma quantidade máxima de  $N = 2^n - 1$  elementos antes de se tornar periódica, sendo que  $n$  descreve a quantidade de registradores a ser utilizada.

Um ponto interessante dessa abordagem é que, devido ao uso de  $n$  registradores, é

Figura 8 – LFSRs de 3 bits.



Fonte: (KOETER, 1996)

possível extrair uma sequência numérica ao interpretar conjuntamente as saídas desses registradores. Dessa forma, traduz-se um sinal pseudoaleatório com amplitude variada.

## 2.2.2 Representações Matemáticas

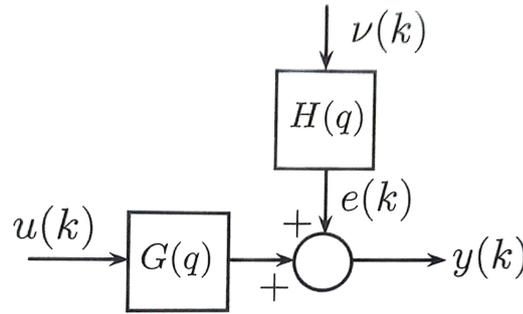
Algumas representações matemáticas especialmente adequadas à identificação de sistemas são apresentadas por Aguirre (2015). Essas representações são utilizadas na forma de tempo discreto, o que permite o uso de algoritmos amplamente difundidos para a estimação de parâmetros. Grande parte dessas representações tem como base o modelo geral ilustrado na Figura 9 e descrito a seguir,

$$\begin{aligned}
 A(q)y(k) &= \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}\nu(k), \\
 y(k) &= \frac{B(q)}{F(q)A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)A(q)}\nu(k), \\
 y(k) &= G(q)u(k) + H(q)\nu(k).
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

em que  $q^{-1}$  representa o operador de atraso,  $\nu(k)$  um ruído branco e  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$  e  $F(q)$ , polinômios definidos conforme a forma apresentada na Equação 2.5.

$$\begin{aligned}
 A(q) &= 1 - a_1q^{-1} - \dots - a_{n_y}q^{-n_y}, \\
 B(q) &= b_1q^{-1} - \dots - b_{n_u}q^{-n_u}, \\
 C(q) &= 1 + c_1q^{-1} - \dots - c_{n_\nu}q^{-n_\nu}, \\
 D(q) &= 1 + d_1q^{-1} - \dots - d_{n_d}q^{-n_d}, \\
 F(q) &= 1 + f_1q^{-1} - \dots - f_{n_f}q^{-n_f}.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Figura 9 – Modelo geral para representação de sistemas.



Fonte: (AGUIRRE, 2015)

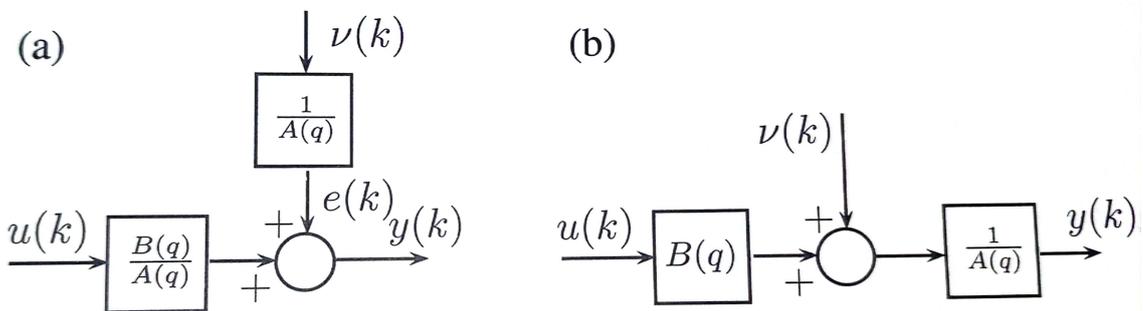
### 2.2.2.1 Modelo ARX

O modelo autorregressivo com entradas exógenas (ARX) pertence à classe de modelos de erro na equação devido ao valor tomado pelos polinômios  $C(q) = D(q) = F(q) = 1$  do modelo geral (2.4), a partir desses polinômios o modelo pode ser reescrito da forma apresentada em (2.6).

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{1}{A(q)}\nu(k) \quad (2.6)$$

Nessa estrutura, ficam evidenciadas as funções de transferência do sistema,  $G(q) = B(q)/A(q)$ , e do ruído,  $C(q)/[D(q)A(q)] = 1/A(q)$ , como apresentado na Figura 10.

Figura 10 – Modelo ARX.



Fonte: (AGUIRRE, 2015)

### 2.2.2.2 Modelo ARMAX

Semelhante ao modelo ARX, o modelo autorregressivo com média móvel e entradas exógenas (ARMAX), apresentado na Figura 11, pode ser obtido ao assumir  $D(q) = F(q) =$

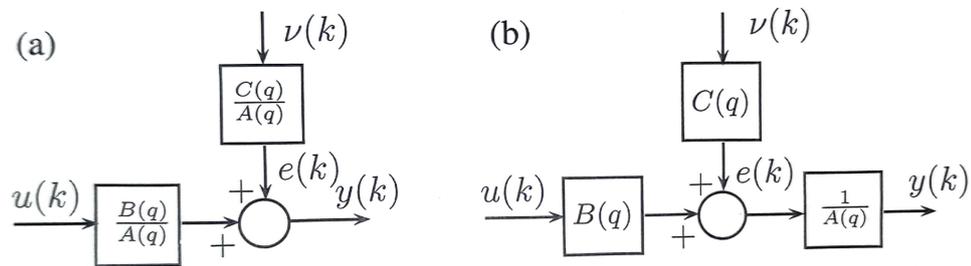
1, resultando em (2.7).

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{A(q)}\nu(k), \quad (2.7)$$

$$y(k) = G(q)u(k) + e(k)$$

Note que o erro representado por  $e(k)$  se torna um ruído não branco. Assim como o modelo ARX, este é um modelo com erro na equação, no qual o erro é modelado como um processo de media móvel filtrado pelo filtro  $C(q)/A(q)$ . Dessa forma, esse tipo de modelo permite isolar a dinâmica do sistema do ruído.

Figura 11 – Modelo ARMAX



Fonte: (AGUIRRE, 2015)

### 2.2.3 Algoritmos para Estimação de Parâmetros

Os algoritmos para determinação de parâmetros a partir de dados são baseados na solução de um sistema de equações com solução única. Assim, considerando um sistema com duas variáveis e duas equações, tem se:

$$y_1 = x_1^\top \theta, \quad (2.8)$$

$$y_2 = x_2^\top \theta$$

onde  $\theta$  é um vetor de  $n$  parâmetros que descreve a relação entre os valores de entrada e saída.

O vetor de parâmetros  $\theta$  pode ser encontrado empilhando-se as equações na forma matricial, tal que:

$$\theta = X^{-1}y \quad (2.9)$$

em que  $y = [y_1 \ y_2]^\top$  e  $X = [x_1 \ x_2]^\top$ .

#### 2.2.3.1 Método dos Mínimos Quadrados Clássico

O Método dos mínimos Quadrados Clássico (MQ) é utilizado para a obtenção do vetor  $\theta$  para o caso de sistemas sobredeterminados, ou seja, sistemas que possuem um

número de equações ou realizações  $N$  maior que o número de parâmetros,  $N > n$  restrições. Isso implica que  $X \in \mathbb{R}^{N \times n}$ ,  $y \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  e  $\theta \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ . Para esses sistemas a abordagem apresentada em (2.9) deve ser ajustada para (2.10), onde surge um problema com infinitas soluções. Dessa forma somente por essa abordagem não é garantido que se obtenha os melhores parâmetros  $\theta$  que representem a relação entre  $y$  e  $u$ .

$$\theta = [X^T X^{-1}] X^T y \quad (2.10)$$

A partir disso, tem-se a formulação do MQ, que parte da estruturação do sistema na forma de (2.11), onde  $\hat{\theta}$  representa os parâmetros estimados e  $\xi \in \mathbb{R}^N$  é o vetor de resíduos que busca representar o erro de estimação.

$$y = X\hat{\theta} + \xi \quad (2.11)$$

O método MQ apresenta uma solução para o sistema (2.11) que, além de fornecer o vetor de parâmetros  $\hat{\theta}$ , garante a minimização dos valores de  $\xi$ . Essa solução é apresentada em (2.12), onde  $X^\dagger$  representa a pseudoinversa da matriz  $X$ , que existe somente se  $N \geq n$  e se  $X$  tiver posto completo.

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= [X^T X]^{-1} X^T y, \\ \hat{\theta} &= X^\dagger y \end{aligned} \quad (2.12)$$

Para o caso de identificação de sistemas, é interessante representar o sistema e sua solução na forma (2.13), onde  $\Psi$  representa a matriz de regressores do modelo e “ $e$ ” representa o erro vinculado aos resíduos.

$$\begin{aligned} y &= \Psi\hat{\theta} + e, \\ \hat{\theta} &= Ay, A = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T \end{aligned} \quad (2.13)$$

### 2.2.3.2 Método dos Mínimos Quadrados Estendido

Conforme apontado por Aguirre (2015), um grande problema presente no método dos mínimos quadrados clássico é a presença de polarização relacionada à autocorrelação do erro presente na equação de regressores, juntamente com o fato de o modelo incluir regressores da saída. Dessa forma, o erro ou ruído do modelo é “realimentado” para o cálculo dos regressores, o que gera um viés no valor de  $y$  estimado.

A fim de solucionar tal problema, é apresentado o Estimador Estendido de Mínimos quadrados (EMQ), que busca estender a matriz de regressores  $\Psi^*$  de modo a englobar a parte correlacionada do vetor de erro de estimação. Dessa forma, esses novos termos são responsáveis por modelar a dinâmica do ruído presente no modelo, garantindo que o que está fora dessa matriz não seja mais correlacionado com os regressores. Essa representação

estendida pode ser visualizada no desenvolvimento apresentado na [Equação 2.14](#).

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+N-1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [y(k-1)] & u(k-1) & \nu(k-1) \\ [y(k)] & u(k) & \nu(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [y(k+N-2)] & u(k+N-2) & \nu(k+N-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu(k) \\ \nu(k+1) \\ \vdots \\ \nu(k+N-1) \end{bmatrix}, \\
 y &= \Psi^* \theta^* + e^*, \\
 \Psi^* &= \begin{bmatrix} \vdots & \nu(k-1) \\ \vdots & \nu(k) \\ \Psi & \nu(k+1) \\ \vdots & \\ \vdots & \nu(k+N-2) \end{bmatrix}, \\
 \hat{\theta}^* &= [\Psi^{*T} * \Psi^*]^{-1} \Psi^{*T} y
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Na matriz de regressores estendida, a última coluna de regressores é constituída pelo ruído do modelo. No entanto, este não é um valor previamente disponível, e, dessa forma, a formulação do EMQ permite que sejam utilizados os resíduos  $\xi$  como estimativas para os valores de  $\nu$ .

A partir das considerações apresentadas, a obtenção do EMQ é feita através da execução do seguinte procedimento iterativo:

1. Montar  $y = \Psi\theta + e$  para obter  $\hat{\theta}_{MQ} = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T y$ ;
2. Calcular o valor de resíduos  $\xi_1 = y - \Psi \hat{\theta}_{MQ}$ ;
3. Faça  $i = 2$  ( $i$  indica o número da iteração);
4. Monte a matriz de regressores estendida  $\Psi_i^*$  usando  $\xi_{i-1}$
5. Determine  $\xi_i = y - \Psi_i^* \hat{\theta}_{EMQ}^*$
6. Faça  $i = i + 1$  e volte ao passo 4. Repita até convergir

## 2.3 Sistemas de Tempo Discreto

### 2.3.1 Amostragem de sinais

Segundo [Aguirre \(2015\)](#), sistemas reais são processos contínuos no tempo e, dessa forma, existem a qualquer instante. No entanto, em diversas aplicações práticas, são utilizados sistemas computacionais que realizam cálculos ou capturam informações desse

processo de forma discreta. Portanto, é importante que o tempo de amostragem  $T_s$  para captura desse sinal seja escolhido corretamente, de forma a garantir que ele retenha características fundamentais do sinal original.

De acordo com o teorema de Nyquist, um sinal deve ter uma taxa de amostragem de no mínimo duas vezes maior que a maior frequência de interesse presente nesse sinal, sendo essa denominada Frequência de Nyquist. No entanto, na prática, segundo [Aguirre \(2015\)](#), a frequência de amostragem é normalmente escolhida entre 5 e 10 vezes maior que a maior frequência de interesse.

### 2.3.2 Desigualdades matriciais lineares

As desigualdades matriciais lineares (LMIs), são representações na forma  $F(X) < Q$  em que:

- A variável  $X$  assume valores em um espaço vetorial real  $\mathcal{X}$
- A transformação  $F : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{H}^n$  é linear
- A matriz  $Q$  pertence ao conjunto de matrizes Hermitianas  $\mathbb{H}^n$

Uma importante propriedade das LMIs é que um conjunto de desigualdades  $F_0(X_0) < Q_0$ ,  $F_1(X_1) < Q_1$ , pode ser mesclado para se tornar apenas uma LMI  $F(x) < Q$ . Em que:

$$X = (X_0, X_1) \in X_0 \times X_1 \text{ e } Q = \begin{bmatrix} Q_0 & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix}$$

Conforme apontado por [Dullerud e Paganini \(2000\)](#), a importância das LMIs decorre do fato de que problemas importantes podem ser representados nesse formato e, dessa forma, podem ser resolvidos de maneira eficiente por meio do uso de algoritmos de resolução numérica. Algo que ele também ressalta é que, mesmo que à primeira vista alguns desses problemas não pareçam ser LMIs, é possível utilizar manipulações algébricas para convertê-los em LMIs.

Para o caso de sistemas de controles essa representação permite a aplicação de problemas de otimização com restrições na forma de LMIs.

### 2.3.3 Estabilidade de Lyapunov

Como apresentado em [Oliveira, Aguiar e Vargas \(2017\)](#), a ideia básica do teorema de Lyapunov refere-se à energia total do sistema. Onde essa energia decresce com o tempo até alcançar seu valor mínimo em um determinado estado de equilíbrio  $x_e$ . Com o objetivo

de analisar a estabilidade de tal sistema e seu estado de equilíbrio faz-se uso das funções de Lyapunov. O Teorema a seguir, apresenta uma definição do Teorema de Lyapunov.

**Teorema 1** (Oliveira, Aguiar e Vargas (2017)). *Para uma função  $V(x(t))$ , denominada função candidata de Lyapunov, que possui as seguintes propriedades:*

1.  $V(x(t))$  e suas derivadas são definidas e são contínuas
2.  $V(0) = 0$
3.  $V(x(t)) > 0, \forall x(t) \neq 0$

*Tem-se portanto que se  $\dot{V}(x(t)) \leq 0, \forall x(t) \neq 0$ , implica que a trajetória do sistema deve se aproximar do ponto de equilíbrio  $x_e$  (origem) passando por curvas de nível com valores referentes a função  $V(x(t))$  cada vez menores, portanto, definindo esse ponto como estável. Já para o caso de  $\dot{V}(x(t)) < 0, \forall x(t) \neq 0$ , tem-se a mesma implicação, porém com  $x(t) \rightarrow 0$ , quando  $t \rightarrow \infty$ .*

Na representação de LMIs aplicado a controle de sistemas, tem-se que para sistemas lineares e invariantes no tempo, o critério de Lyapunov é obtido a partir de uma função quadrática da forma (2.15).

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t) \text{ com } P = P^T > 0 \ (\lambda(P) > 0), \ P \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2.15)$$

Ao se aplicar esse critério para um sistema autônomo da forma  $\dot{x}(t) = Ax(t)$ , tem-se que para  $\dot{V}(x(t)) < 0$  seja negativa, a equação (2.16), proveniente do desenvolvimento da derivada, deve ser negativa.

$$A^T P + PA < 0 \quad (2.16)$$

A equação (2.16) é empregada no estudo da estabilidade de sistemas dinâmicos por meio de LMIs e é referida como a desigualdade matricial de Lyapunov.

### 2.3.3.1 Estabilidade de Lyapunov para Sistemas Discretos

Para o caso de sistemas autônomos discretos na forma  $x(k+1) = Ax(k)$  tem-se a função candidata de Lyapunov definida por  $V(x(k))$ , onde a estabilidade é analisada pela aplicação do critério de Lyapunov na forma de LMIs ao sistema, como apresentado na Equação 2.17.

$$V(x) = x(k)^T Px(k) \quad (2.17)$$

Em seguida é obtida a taxa de variação da função candidata através do desenvolvimento apresentado na [Equação 2.18](#).

$$\begin{aligned}
 \Delta V(x(k)) &= V(x(k+1)) - V(x(k)) \\
 \Delta V(x(k)) &= x(k+1)^T P x(k+1) - x(k)^T P x(k) \\
 \Delta V(x(k)) &= x(k)^T A^T P A x(k) - x(k)^T P x(k) \\
 \Delta V(x(k)) &= x(k)^T (A^T P A - P) x(k)
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

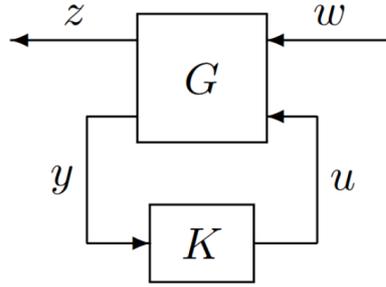
Tendo do resultado apresentado na [Equação 2.18](#), para provar a estabilidade de sistemas de tempo discreto lineares e invariantes no tempo, é suficiente que  $V(x(k)) > 0$  e  $\Delta V(x(k)) < 0$ , podendo ser representada pelas LMIs na [Equação 2.19](#).

$$\begin{aligned}
 P &= P^T > 0 \\
 A^T P A - P &< 0
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

### 2.3.4 Controle Robusto $\mathcal{H}_2$

Dado um sistema com a estrutura apresentada na [Figura 12](#) e representação na forma discreta do espaço de estados conforme a [Equação 2.20](#).

Figura 12 – Sistema proposto para a obtenção do controlador  $\mathcal{H}_2$ .



Fonte: (ZHOU; DOYLE, 1998, p. 269)

$$\begin{cases}
 x(k+1) &= Ax(k) + B_u u(k) + B_w w(k) \\
 y(k) &= Ix(k) \\
 z(k) &= C_z x(k) + D_{zu} u(k)
 \end{cases} \tag{2.20}$$

Considere um lei de controle por realimentação de estados clássica, dada por:

$$u(k) = Kx(k). \tag{2.21}$$

Substituindo a [Equação 2.21](#) na [Equação 2.20](#) temos o sistema em malha fechada,

$$\begin{cases}
 x(k+1) &= A_f x(k) + B_w w(k) \\
 y(k) &= Ix(k) \\
 z(k) &= C_f x(k)
 \end{cases}, \tag{2.22}$$

cuja função de transferência em malha fechada  $T_{zw}$  é representada por,

$$T_{zw}(s) = \begin{bmatrix} A_f & B_w \\ C_f & 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Em que  $A_f = A + B_u K$  e  $C_f = C_z + D_{zu} K$ , são matrizes em malha fechada do sistema.

A obtenção de um controlador ótimo  $\mathcal{H}_2$  por realimentação de estados, na forma da [Equação 2.24](#), fundamenta-se na minimização da norma  $\mathcal{H}_2$  da função de transferência de malha fechada do sistema, expressa na [Equação 2.25](#). Esta norma quantifica a potência de um determinado sinal de erro gerado pela presença de ruídos na dinâmica do sistema. Assim, a busca por sua minimização implica na redução da potência desse ruído na saída do sistema.

$$u(k) = Kx(k) \quad (2.24)$$

$$\|T_{zw}\|_2 = \frac{1}{2\pi} \int \text{tr}(T_{zw}^*(j\omega)T_{zw}(j\omega))^{1/2} d\omega \quad (2.25)$$

Dessa forma, para a obtenção do vetor de ganhos  $K$ , pode-se descrever a minimização da norma  $\mathcal{H}_2$  como o problema de otimização da [Equação 2.26](#).

$$\begin{aligned} \min_K \quad & \|T_{zw}\|_2^2 = \min_{X_o > 0} \text{tr}\{B_w^T X_o B_w\} \\ \text{s.a.} \quad & A_f^T X_o A_f - X_o + C_f^T C_f \leq 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

A partir da substituição de  $A_f$  e  $C_f$ , referente ao sistema discreto apresentado anteriormente, e através da realização de manipulações de modo a obter-se LMIs, obtém-se o problema de controle ótimo  $\mathcal{H}_2$  apresentado por [\(2.27\)](#) ([AGUIRRE et al., 2007](#)).

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{J, X, Z} \text{tr}\{J\} \\ \text{s.a.} \quad \begin{bmatrix} J & B_w^T \\ B_w & X \end{bmatrix} > 0 \\ \begin{bmatrix} X & XA^T + Z^T B_u^T & XC_z^T + Z^T D_{uz}^T \\ AX + B_u Z & X & 0 \\ C_z X + D_{uz} Z & 0 & I \end{bmatrix} > 0 \end{array} \right. \quad (2.27)$$

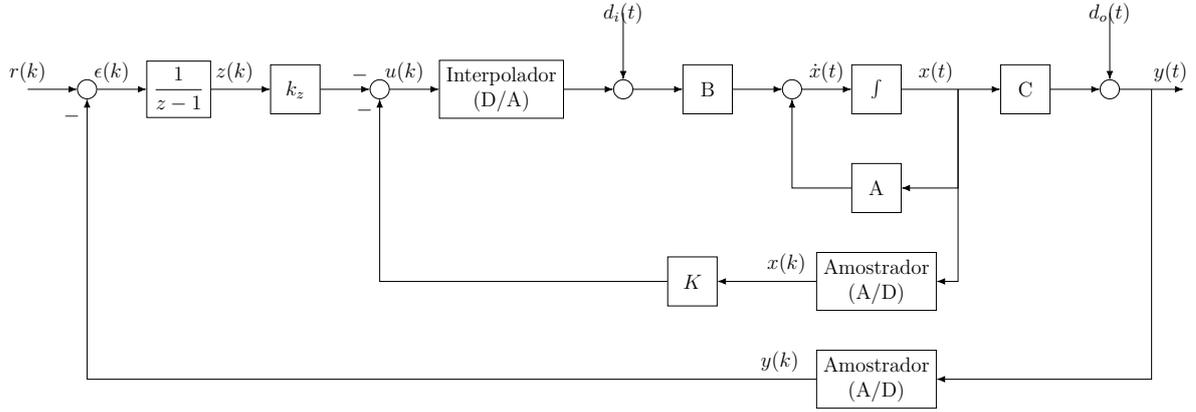
Ao ser realizada a otimização de tal problema pode-se recuperar os valores das variáveis a partir das relações  $K = ZX^{-1}$  e  $\|T_{zw}\|_2^2 = \text{tr}\{J\}$ .

### 2.3.4.1 Problema de Rastreamento

A obtenção do controlador apresentado para o sistema [\(2.20\)](#) visa resolver o problema de regulação, ou seja,  $\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = 0$ , porém em alguns casos há o interesse de que o sistema seja capaz de alcançar um valor de referência determinado, denominado problema de rastreamento.

Para que o sistema seja capaz de rastrear uma referencia  $r$  é feita a adição de uma ação integrativa ao controlador por realimentação de estados  $K$ , de modo que ele seja capaz de regular o erro de referencia  $\epsilon(k) = r - y(k)$ , sendo essa estrutura apresentada na Figura 13 (AGUIRRE, 2023).

Figura 13 – Sistema discreto com integrador para rastreamento de referência.



Fonte: Autor

A partir dessa representação a seguinte lei de controle aumentada é obtida:

$$u(k) = \begin{bmatrix} K & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Ao aplicar o erro de referencia e a lei de controle aumentada, o sistema estendido que permite a resolução do problema de rastreamento pode ser representado pela Equação 2.29. A partir desse novo sistema o controlador  $\mathcal{H}_2$  apresentado anteriormente pode ser utilizado sem nenhuma alteração ao fazer uso das matrizes aumentadas  $A_a$ ,  $B_a$  e  $K_a$ .

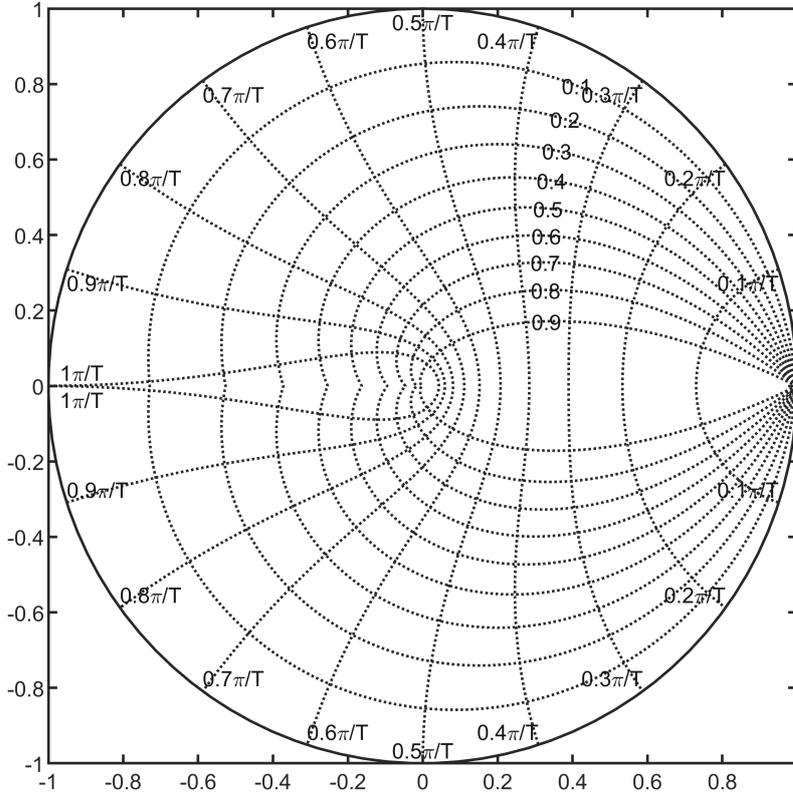
$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & I \end{bmatrix}}_{A_a} \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_a} \underbrace{\begin{bmatrix} K & k_z \end{bmatrix}}_{K_a} \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (2.29)$$

### 2.3.4.2 $\mathcal{D}$ -Estabilidade

O problema da  $\mathcal{D}$ -Estabilidade para sistemas discretos aborda a alocação de polos em regiões específicas do plano- $z$ , Figura 14, de modo a controlar parâmetros de tempo de acomodação e tornar a resposta de um controlador mais rápida. Dessa forma, é possível estender o teorema de Lyapunov para abranger essas regiões na forma de LMIs, simultaneamente minimizando a norma  $\mathcal{H}_2$ .

Segundo Chilali, Gahinet e Apkarian (1999), uma região LMI é qualquer subconjunto do plano complexo que pode ser definido pela Equação 2.30. Considerando que uma determinada matriz seja  $\mathcal{D}$ -Estável, ou seja, todos os seus autovalores estão contidos na

Figura 14 – Plano- $z$ .



Fonte: Autor

região LMI definida, então existe uma matriz simétrica  $X_1$  que satisfaz a expressão da Equação 2.31.

$$\mathcal{D} = \{z \in \mathcal{C} : L + zM + \bar{z}M^T < 0\} \quad (2.30)$$

$$M_D(A_f, X_1) := L \otimes X_1 + M \otimes (X_1 A) + M^T \otimes (A^T X_1) < 0 \quad (2.31)$$

A partir dessas considerações pode ser apresentada uma importante região LMI, correspondente a um disco centrado em  $(-q, 0)$  e com raio  $r$ , conforme a Equação 2.30.

$$f_D(z) = \begin{bmatrix} -rX_1 & q + AX_1 \\ q + X_1 A^T & -rX_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (2.32)$$

A relevância dessa região neste trabalho reside no fato de que o problema de otimização (2.27) será resolvido para sistemas de tempo discreto, onde as condições de tempo de acomodação estão embutidas em círculos de raio  $r$  definidos no plano- $z$ .

Para que a região LMI apresentada na Equação 2.32 seja considerada como uma restrição adicional ao problema de obtenção do controlador ótimo  $\mathcal{H}_2$ , assume se  $q = 0$ ,

$X_1 = X$  e  $A = A_f$ , resultando na expressão da [Equação 2.33](#).

$$\begin{bmatrix} -rX & AX + BZ \\ XA^T + Z^T B^T & -rX \end{bmatrix} < 0 \quad (2.33)$$

Assim, a [Equação 2.27](#) pode ser reformulada, incorporando a restrição dada pela [Equação 2.33](#) e sujeito a um dado parâmetro  $r \in \mathbb{R}$ , com  $0 < r \leq 1$ . O novo problema de otimização que considera a  $\mathcal{D}$ -estabilidade, pode ser representado pela [Equação 2.34](#).

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{J, X, Z} \quad tr\{J\} \\ \text{s.a.} \quad \begin{bmatrix} J & B_w^T \\ B_w & X \end{bmatrix} > 0 \\ \begin{bmatrix} X & XA^T + Z^T B_u^T & XC_z^T + Z^T D_{uz}^T \\ AX + B_u Z & X & 0 \\ C_z X + D_{uz} Z & 0 & I \end{bmatrix} > 0 \\ \begin{bmatrix} -rX & AX + BZ \\ XA^T + Z^T B^T & -rX \end{bmatrix} < 0 \end{array} \right. \quad (2.34)$$

### 2.3.5 Estimação de Estados e o Filtro de Kalman

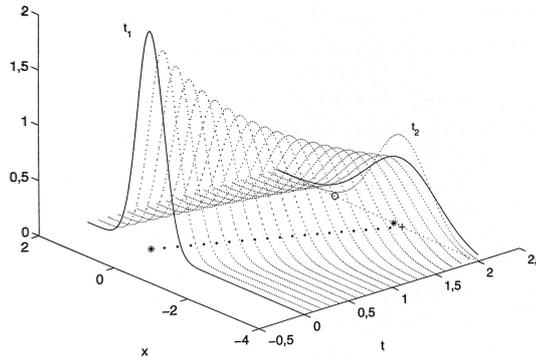
Uma das bases do controlador por realimentação de estados é a capacidade de se conhecer o valor dos estados de um sistema em todos os momentos, o que, muitas vezes, não é praticável devido à impossibilidade ou não existência de sensores apropriados para medir alguns estados. Assim, frequentemente, apenas algumas medidas estão disponíveis, as quais podem ser usadas para estimar os estados não mensurados. Uma abordagem comum para realizar tal estimativa é o uso do Filtro de Kalman.

Conforme [Aguirre \(2015\)](#), o Filtro de Kalman é essencialmente um estimador recursivo ótimo, que tendo por base um modelo conhecido é capaz de propagar a função de probabilidade de uma medição em um determinado tempo  $t_1$  para um tempo  $t_2$ , e em seguida, assimilar o valor de uma nova medição em  $t_2$  com o valor propagado de  $t_1$ . A execução desse processo resulta em uma estimativa mais confiável.

Essa interpretação pode ser visualizada na [Figura 15](#), onde as funções de probabilidade das medidas realizadas estão representadas por linhas contínuas, enquanto o valor propagado é exibido por uma linha pontilhada. Para o instante  $t_2$ , o valor pontilhado representa a assimilação entre a medida real e o valor propagado do instante  $t_1$ .

A partir dessa interpretação, percebe-se o uso prático do Filtro de Kalman para a estimação de estados de um determinado sistema com base na medição de apenas algumas variáveis. Para a introdução das equações que compõem o Filtro de Kalman discreto,

Figura 15 – Propagação da função de probabilidade.



Fonte: (AGUIRRE, 2015)

deve-se primeiro apresentar um modelo linear discreto na forma da [Equação 2.35](#), onde  $w_k$  e  $v_k$  correspondem aos ruídos de processo e medição, respectivamente.

$$\begin{cases} x_{k+1} = \Phi_k x_k + \Gamma_k u_k + \Upsilon_k w_k \\ y_{k+1} = H_{k+1} x_{k+1} + v_{k+1} \end{cases} \quad (2.35)$$

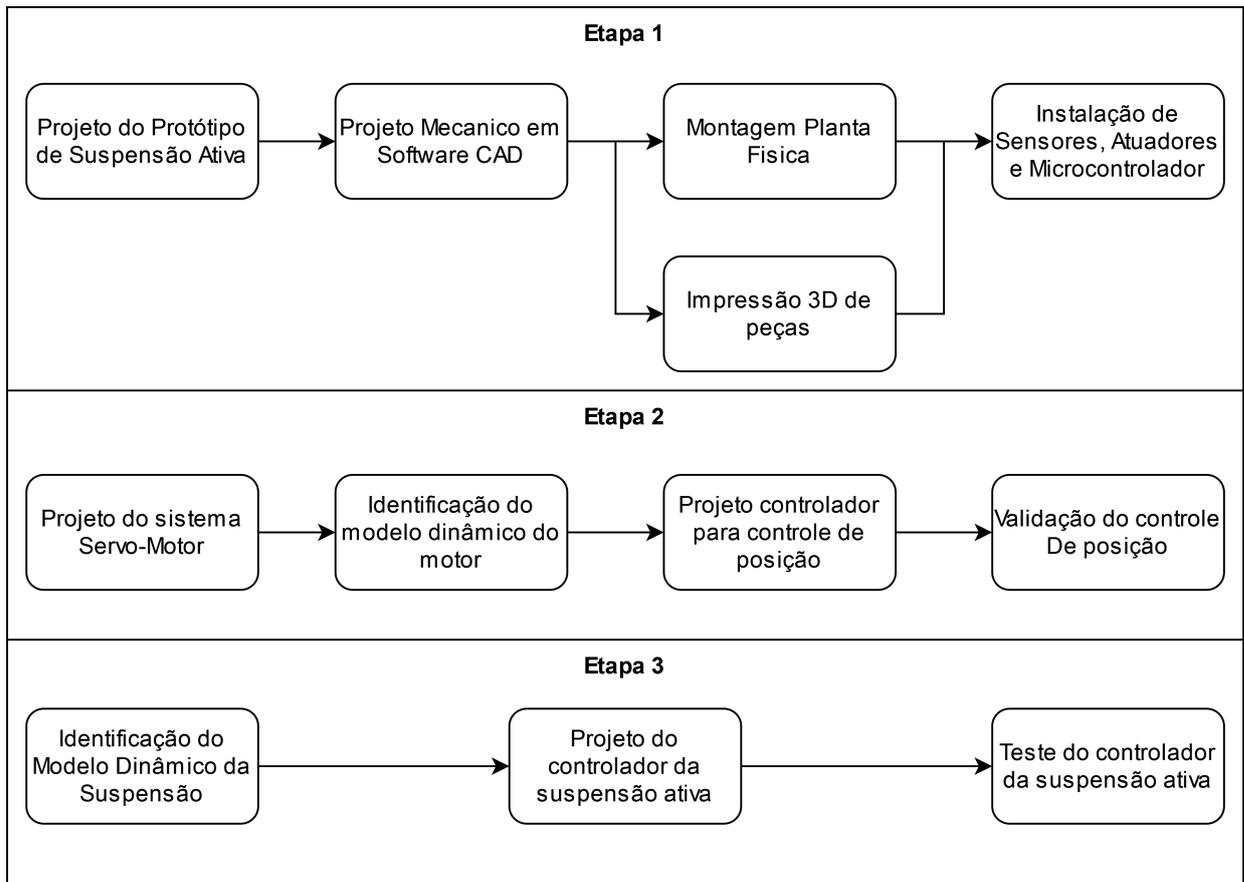
Com base nesse sistema e a partir do desenvolvimento apresentado por [Aguirre \(2015\)](#), obtém-se a (2.36) que compõe o Filtro de Kalman. Onde as primeiras duas equações correspondem à etapa de propagação da medida, sendo definidas como medidas a priori, e as três últimas equações correspondem à etapa de assimilação onde a medida a priori será mesclada com a nova medição a fim de fornecer as medidas a posteriori, que são justamente os valores estimados pelo Filtro de Kalman.

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1}^- &= \Phi_k \hat{x}_k^+ + \Gamma_k u_k \\ P_{k+1}^- &= \Phi_k P_k^+ \Phi_k^T + \Upsilon_k Q_k \Upsilon_k^T \\ K_{k+1} &= P_{k+1}^- H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} \\ \hat{x}_{k+1}^+ &= \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} [y_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-] \\ P_{k+1}^+ &= P_{k+1}^- - K_{k+1} H_{k+1} P_{k+1}^- \end{cases} \quad (2.36)$$

## 3 Materiais e Métodos

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada no projeto. Abaixo estão organizadas em tópicos as principais etapas para o desenvolvimento do sistema. Na [Figura 16](#) são apresentadas as etapas para o desenvolvimento do sistema proposto.

Figura 16 – Fluxograma de desenvolvimento.



Fonte: Autor

### 3.1 Projeto do Protótipo de Suspensão Ativa

O protótipo a ser montado é baseado no trabalho de conclusão de curso de [Junior \(2022\)](#), aluno egresso de Engenharia Mecânica pela Universidade do Estado do Amazonas. No trabalho de [Junior \(2022\)](#), é apresentado um modelo de suspensão dianteira duplo A para um veículo de corrida *off-road* do tipo Baja SAE. Esse tipo de veículo tem como propósito participar da competição universitária *off-road* Baja SAE Nacional que consiste num percurso de *Endurance* em que o piloto e veículo devem suportar terrenos

sinuosos por um período de 4 horas seguidas. A modelo apresentado foi aproveitado para o desenvolvimento do presente trabalho por meio do reprojeto em escala de 60% e 1/4 de carro, visando a análise em bancada de um sistema ativo aplicado a esse tipo de veículo com ênfase em melhorar o conforto do piloto durante longos períodos de condução.

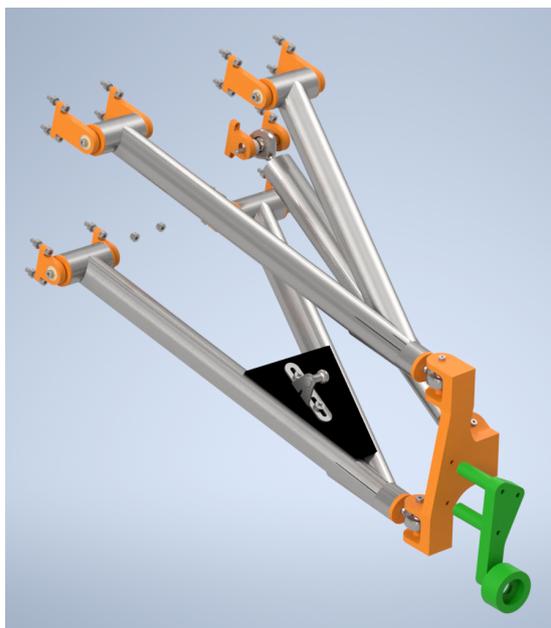
### 3.1.1 Mecânica

O projeto mecânico foi realizado com o auxílio da ferramenta CAD Autodesk Inventor Professional 2022, onde cada componente do sistema foi projetado de forma individual e, em seguida, integrado em uma montagem geral. No que se refere à manufatura grande, parte dos componentes projetados foram manufaturados por meio do uso de impressora 3D. A seguir, serão apresentados todos os componentes projetados, assim como uma imagem comparativa entre o modelo 3D e o componente real.

O primeiro conjunto de componentes diz respeito aos braços de suspensão, assim como ao link de direção, conforme ilustrado na [Figura 17](#). O link de direção tem por função travar a rotação da manga de eixo, componente onde é fixada a roda. Dessa forma, permite que o conjunto inteiro tenha apenas deslocamento vertical, causado pela rotação dos braços quando aplicado um distúrbio no mecanismo de simulação da roda, componente representado em verde no modelo 3D.

Figura 17 – Suspensão duplo A.

(a) Modelo 3D.



(b) Montagem real.

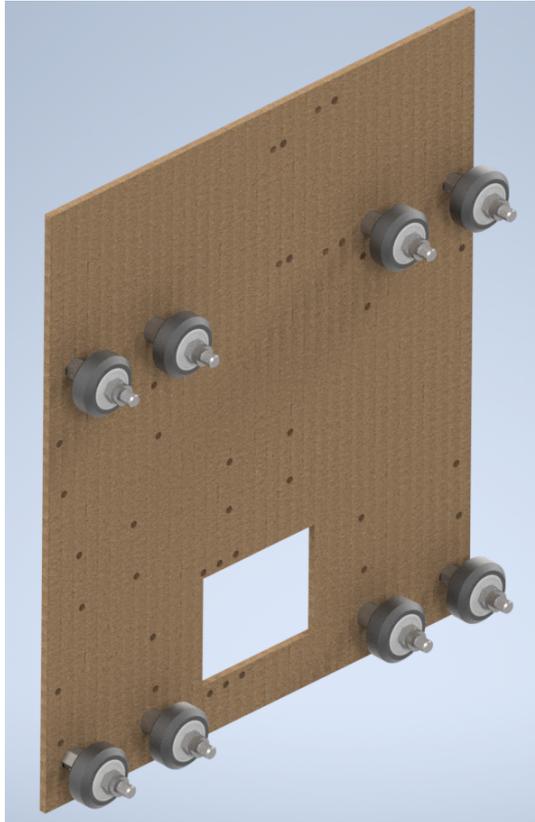


Fonte: Autor

Como o presente trabalho abrange apenas o projeto e montagem do modelo de 1/4 de carro, há a necessidade de construir algum sistema que simule a presença do chassi de

um veículo e permita o deslocamento vertical, da mesma forma que em um veículo real. Dessa forma, faz-se uso de uma chapa de suporte para a fixação dos braços, [Figura 18](#). Nessa chapa também constam roletes plásticos que servem como rolamentos lineares para perfis tipo V-slot.

Figura 18 – Base Deslizamento.



Fonte: Autor

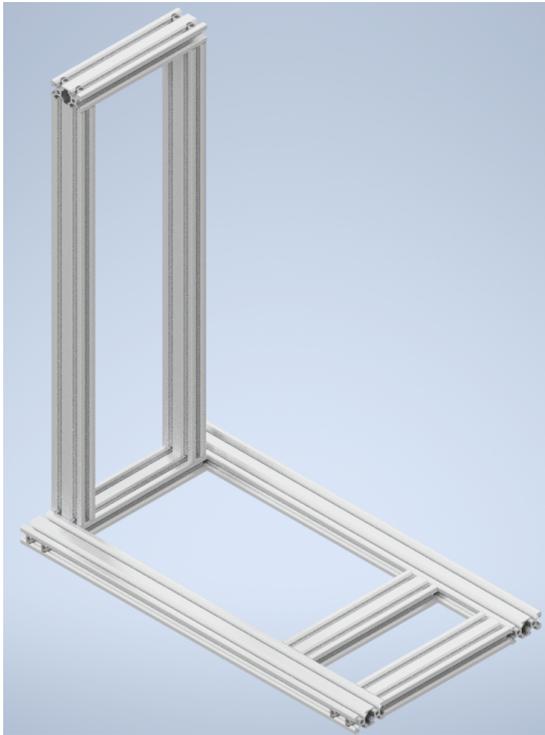
A estrutura geral, apresentada na [Figura 19](#), permite a incorporação de todos os sistemas projetados. Essa estrutura é construída a partir de perfis estruturais de alumínio do tipo V-Slot, que ao mesmo tempo que permite a construção de uma estrutura rígida e robusta, também funcionam como guia linear para os roletes presentes na chapa de suporte da [Figura 18](#).

A fim de gerar um distúrbio vertical que simule a estrada na qual o veículo estaria rolando, foi projetado um sistema de came, ilustrado na [Figura 20](#). Esse sistema possui uma roda excêntrica movida por um motor DC com caixa de redução acoplada. O mecanismo de simulação da roda será acoplado acima da roda excêntrica de modo a simular o contato pneu-pista quando aplicados distúrbios.

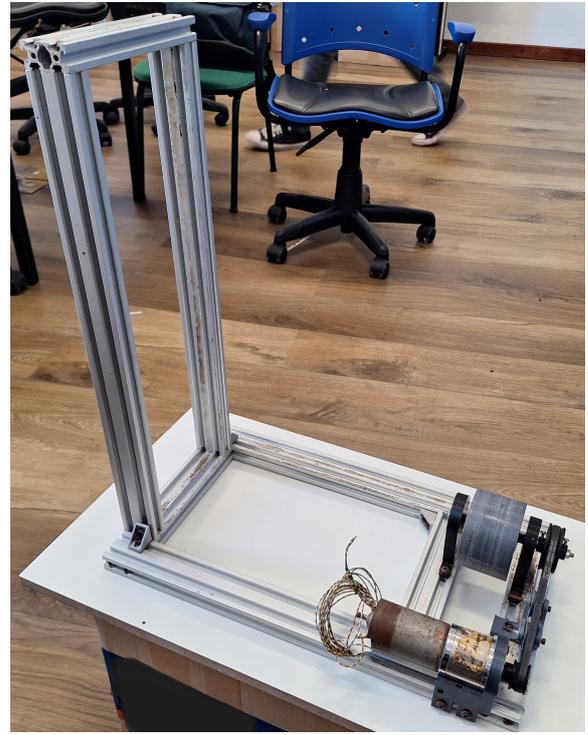
Para contrariar os distúrbios gerados pelo mecanismo de came, foi implantado um sistema SAVGS, [Figura 21](#), como apresentado por [Arana, Evangelou e Dini \(2014\)](#) e

Figura 19 – Estrutura de Suporte.

(a) Modelo 3D.



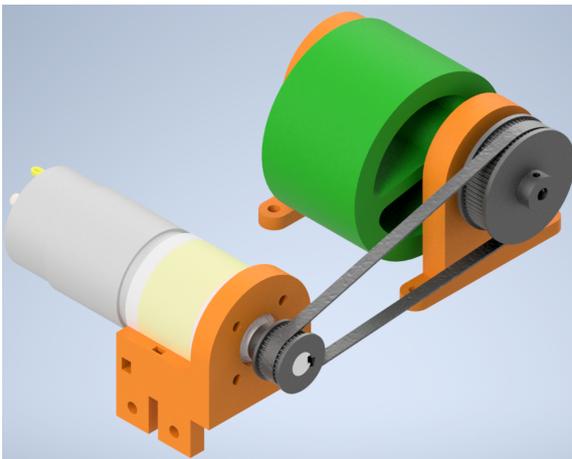
(b) Montagem real.



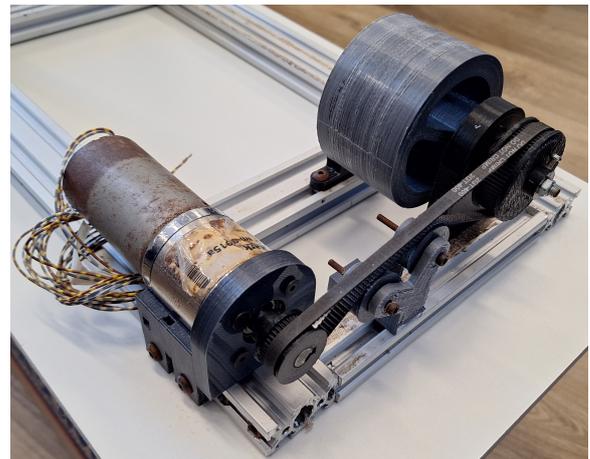
Fonte: Autor

Figura 20 – Mecanismo de Distúrbio.

(a) Modelo 3D.



(b) Montagem real.



Fonte: Autor

detalhado no [subseção 2.1.3](#). O sistema é constituído por um conjunto motor DC com caixa de redução e *encoder*, que permite a implantação de um servomotor com alto torque.

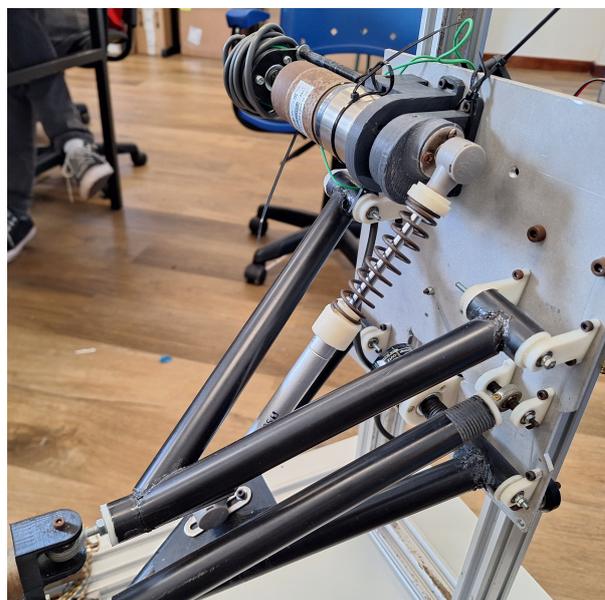
A partir do desenvolvimento de todos esses mecanismos foi possível realizar a montagem geral com todos os componentes integrados, como apresentado na [Figura 22](#).

Figura 21 – Amortecedor com mecanismo *Single Link*.

(a) Modelo 3D.



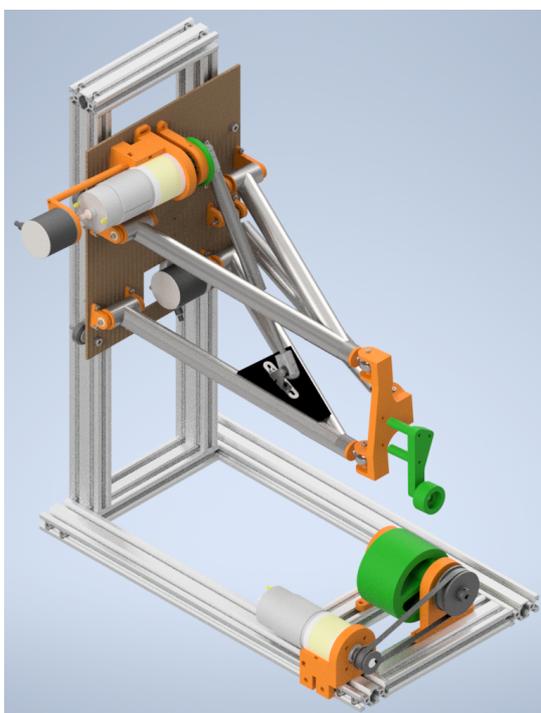
(b) Montagem real.



Fonte: Autor

Figura 22 – Montagem completa da suspensão ativa.

(a) Modelo 3D.



(b) Montagem real.



Fonte: Autor

### 3.1.1.1 Amortecedor e mola

Para simular o conjunto mola amortecedor de um veículo tradicional, porém se encaixando na redução de escala implementada, foi utilizado um amortecedor normalmente empregado em armários basculantes e em serie com ele foi instalada uma mola de compressão. O conjunto pode ser visualizado na [Figura 23](#).

Figura 23 – Conjunto mola amortecedor.



Fonte: Autor

## 3.1.2 Eletrônica

Para o controle da planta construída, foram empregados sistemas eletrônicos que englobam sensores, atuadores, drivers e microcontrolador. Esses componentes serão detalhados mais a diante, mas a interconexão geral entre todos eles e o fornecimento de energia é apresentada na [Figura 24](#).

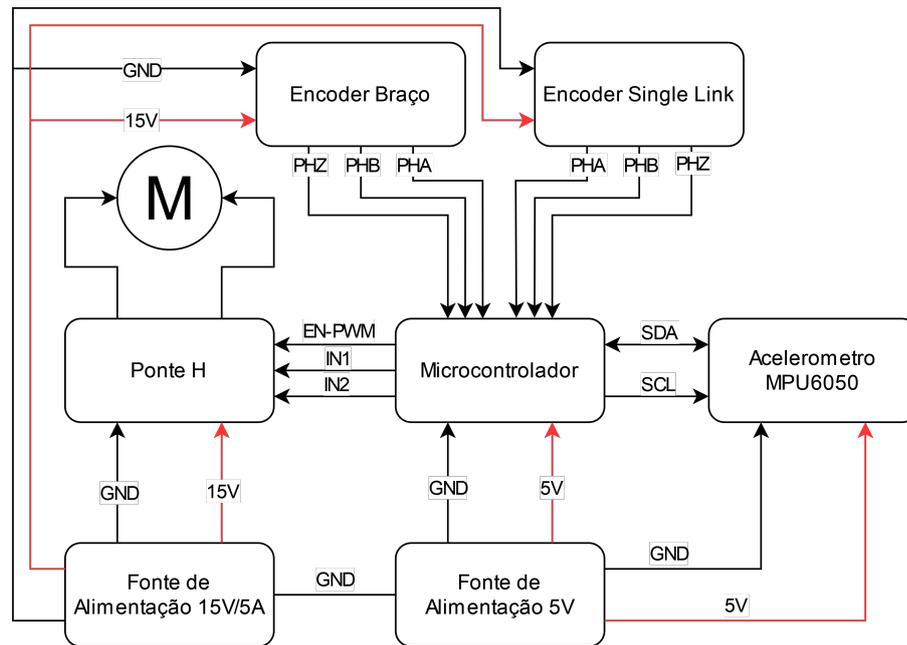
### 3.1.2.1 Sensores

Como o foco do presente trabalho é compreender e aprimorar o índice de conforto tratado na [subseção 2.1.8](#), é primordial a obtenção de valores de aceleração vertical causados ao sistema de suspensão quando aplicados distúrbios através do mecanismo de Came apresentado anteriormente.

Dessa forma, para a leitura de aceleração, fez se uso de uma *Inertial measurement unit* - IMU (unidade de medição inercial), modelo MPU-6050, [Figura 25](#), que é constituído por um microcircuito eletromecânico que possibilita a medição de aceleração e angulação, denominado acelerômetro e giroscópio. Como o foco de uso seria apenas para a captação de aceleração vertical, foram considerados os dados de leitura apenas do eixo *X* deste sensor, sendo as outras medidas de aceleração e angulação descartadas.

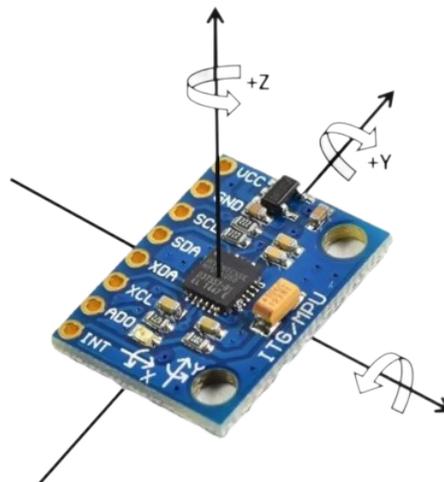
Este circuito além, de permitir a medição de grandezas físicas, também possui embutido um filtro passa baixa configurável em diferentes frequências de corte, o qual foi utilizado para melhor condicionar a leitura de aceleração, permitindo a isolação de grande

Figura 24 – Diagrama de conexões elétricas.



Fonte: Autor

Figura 25 – Acelerômetro/giroscópio MPU6050.



Fonte: (CATS, 2020)

parte de ruídos na leitura. A frequência de corte configurada para o projeto foi a de 44 Hz, que remove componentes de alta frequência da leitura, porém ao mesmo tempo gera um pequeno atraso de medição de cerca de 5 ms, que não afetou as identificações realizadas, já que este atraso ficou abaixo do tempo de amostragem geral.

Outro importante sensor utilizado foi o *Encoder* Incremental de 3 fases (A, B, Z),

modelo E6B2-CWZ5B, apresentado na [Figura 26](#). Ele permite a identificação de direção de rotação através do uso das fases A e B, e também identifica uma rotação completa através da fase Z. Um ponto importante deste sensor é sua precisão, permitindo a leitura de até 2000 pulsos por fase por rotação. Dessa forma, ao se utilizar ambas as fases A e B, pode-se incrementar esse valor para até 4000 pulsos por rotação, ou seja, uma resolução de  $0,09^\circ$  por pulso.

Figura 26 – Encoder incremental E6B2-CWZ5B.



Fonte: ([INDIAMART, 2014](#))

### 3.1.2.2 Atuador

Os atuadores utilizados foram motores DC de 12 V, modelo PG-45, apresentado na [Figura 27](#). Eles possuem uma caixa de redução planetária metálica com redução de  $26,9 : 1$ , que entrega um torque máximo de até 4 Nm. Esses motores foram empregados como atuadores para o sistema com Elo da suspensão ativa e para acionamento do mecanismo de Came do sistema de distúrbio, sendo que a alimentação de ambos foi gerada por fontes isoladas.

Para a alimentação do motor da suspensão ativa, fez-se uso de um *driver* ponte H modelo L298N, apresentado na [Figura 28](#). Esse *driver* possibilita o controle de rotação em direta e reversa, bem como o controle de velocidade por meio do ajuste da tensão média de alimentação do motor usando *pulse width modulation* - PWM.

### 3.1.3 Sistema computacional

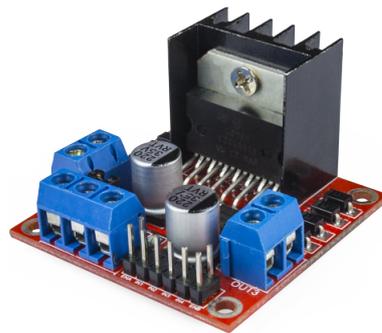
No que se refere a integração entre todos os sensores e atuadores fez se uso de um microcontrolador, modelo Espressif ESP32, instalado na placa ESP32-DevKit, apresentada na [Figura 29](#). Esse microcontrolador possui Wi-Fi e Bluetooth integrados, assim como um total de 25 pinos de entrada e saída digital para uso geral (GPIO). Além disso, comporta

Figura 27 – Motor DC com caixa de redução planetária.



Fonte: (SGMADA, 2024)

Figura 28 – Driver Ponte H L298N.



Fonte: (ROBOCORE, 2024)

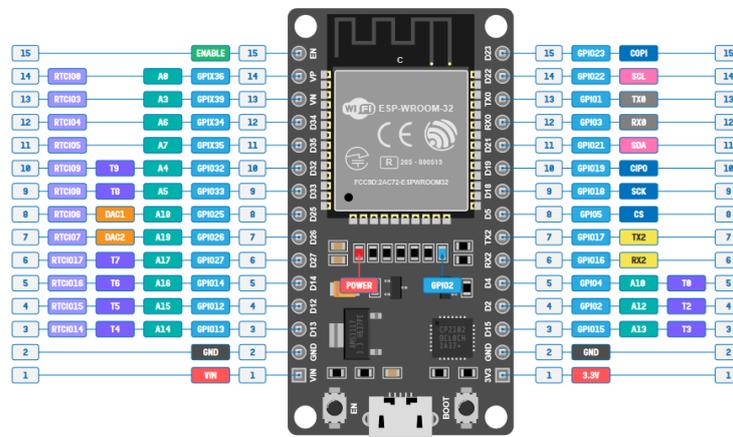
conversores A/D e D/A, suporta interrupção em todas as GPIOs, possui gerador de PWM de até 16 bits com frequência ajustável e possui dois núcleos de processamento que trabalham a 240 MHz.

Essas características permitem a realização das leituras dos sensores e cálculo dos sinais de controle sem grandes interferências causadas por atrasos de execução, ou até mesmo de forma instantânea para o caso de sinais externos capturados por meio de interrupção, sendo primordial para a leitura correta dos pulsos gerados pelos *Encoders* apresentados anteriormente.

A programação do *firmware* deste microcontrolador foi baseada no kernel FreeRTOS, que permite a execução de tarefas de forma “simultânea”, sendo responsável por lidar com a execução de tarefas criadas pelo usuário com base em níveis de prioridade pre definidos.

Um importante fator que possibilita a execução eficiente de códigos através do uso do FreeRTOS é a ausência de travamentos de CPU causados pelo uso de funções

Figura 29 – Microcontrolador ESP32



Fonte: (MOHANAN, 2022)

geradoras de delay, já que os atrasos utilizados por códigos nessa arquitetura liberam a CPU para a execução de outras tarefas até que um temporizador retome a sua execução. As seguintes tarefas foram criadas para a integração de todas as funcionalidades abrangidas pelo presente trabalho.

- ***updateSensorsData***: lida com a atualização da leitura de todos os sensores, principalmente com a solicitação de novas amostras do MPU6050. Possui intervalo de execução de 19 ms.
- ***printSensorsData***: lida com a impressão do valor de leitura de todos os sensores para a porta serial, permitindo que os dados sejam extraídos para posterior processamento. Possui intervalo de execução de 1 ms ou 19 ms, dependendo se a identificação do servo ou da planta geral está sendo executada.
- ***runIdentification***: lida com a lógica de identificação utilizada para obtenção do modelo matemático do servo motor e planta geral. Possui intervalo de execução de 1 ms ou 19 ms, dependendo se a identificação do servo ou da planta geral está sendo executada.
- ***controlServo***: lida com o cálculo do sinal de controle a ser enviado para o *driver* ponte h L298N a fim de controlar a posição angular do motor. Possui intervalo de execução de 1 ms.
- ***controlAll***: lida com o cálculo do sinal de controle a ser enviado para o controlador do servo motor a fim de controlar a aceleração vertical. Possui intervalo de execução de 19 ms.

## 3.2 Identificação e Projeto dos Sistemas de Controle

Nesta seção, serão detalhados os processos de identificação e projeto para o sistema de controle do mecanismo de servomotor do atuador baseado em SAVGS e para o sistema ativo geral atuado por esse atuador.

### 3.2.1 Servomotor – Mecanismo SAVGS

A fim de realizar o acionamento do atuador ativo baseado no mecanismo SAVGS, será empregado um sistema de servomotor, que é um mecanismo que permite o posicionamento angular preciso do seu eixo. A necessidade desse mecanismo para o presente trabalho é explicada na [subseção 2.1.3](#), onde a efetividade da atuação fornecida pelo deslocamento do elo a ser utilizado é perdida com angulações próximas das extremidades de equilíbrio  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Dessa forma, é importante a implantação de um sistema de controle de posição que garanta que a atuação do sistema esteja sempre na sua região de maior efetividade, ou seja, ao redor de  $90^\circ$ , para isso fez-se o projeto de um servomotor através do acoplamento de um dos motores DC e *Encoder* apresentados anteriormente. A escolha pelo projeto de um sistema ao invés da compra se deve a disponibilidade e custo baixo de motores DC com alto torque, quando comparado a servomotores comerciais.

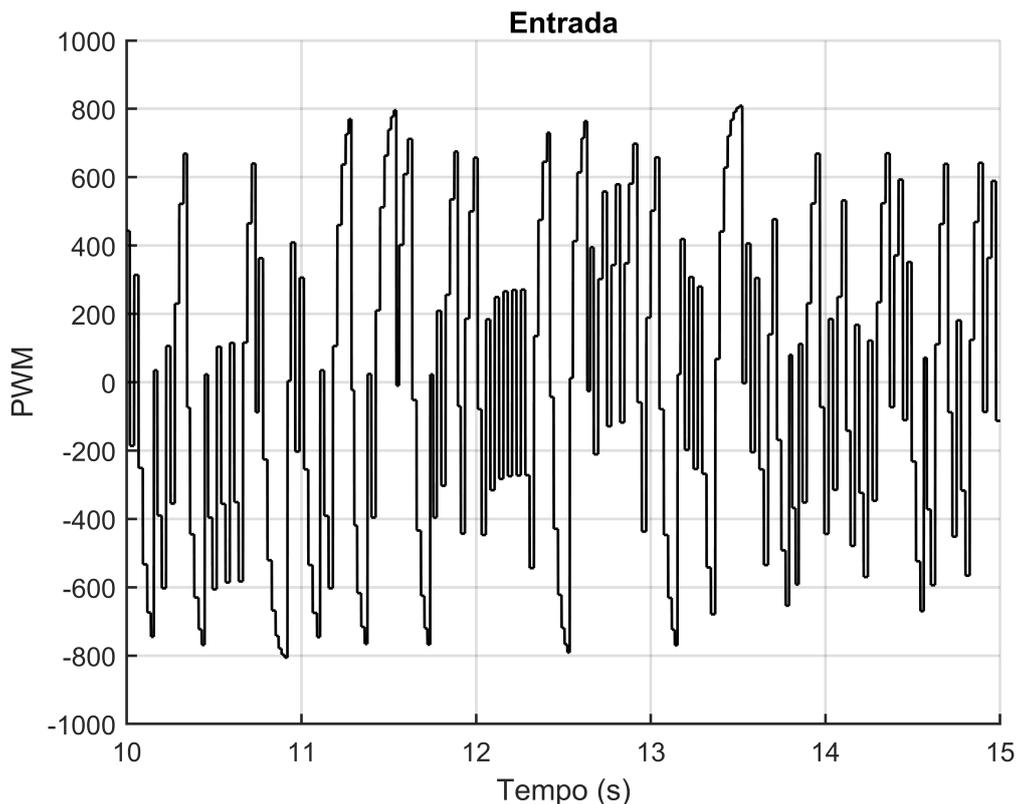
Embora o modelo de um motor DC genérico seja simples, há uma problemática relacionada aos parâmetros desse modelo. Outro desafio associado ao modelo construído é a presença de não-linearidades e a complexidade dos esforços resultantes do acoplamento do conjunto mola-amortecedor ao eixo do motor, assim como a carga exercida pelo peso dos componentes. Diante disso, optou-se por utilizar as estratégias de identificação apresentadas na [seção 2.2](#) para obter um modelo linearizado que se aproxime da dinâmica do motor.

O primeiro passo envolveu a realização de testes para obter dados sobre a dinâmica do motor. Como o objetivo final deste trabalho é controlar a aceleração vertical da massa suspensa, tem-se que a dinâmica do servo será embutida em uma segunda planta de controle. Portanto, o seu controlador deve ser suficientemente rápido para seguir a referência proposta pela malha externa de controle. Nesse sentido, optou-se pela escolha de um tempo de amostragem pequeno,  $T_s = 1$  ms. Este tempo de amostragem é possível devido a natureza instantânea da leitura de posição gerada pelos sinais de interrupção das fases do *Encoder* acoplado ao motor.

Após a escolha do tempo de amostragem, foi gerada uma sequência PRBS com amostras para excitar a dinâmica do motor através da aplicação de um sinal PWM com range variável entre  $-815 \leq \text{PWM} \leq 815$ , correspondente a um ciclo máximo de trabalho de 80% recomendado para a ponte H L298N, uma parte da sequência desse sinal é apresentada na [Figura 30](#). Conforme destacado por [Aguirre \(2015\)](#), ao aplicar um valor  $j$  da sequência PRBS durante a identificação, é necessário manter esse valor constante

por algumas amostras antes de aplicar o valor  $j + 1$ , permitindo que o sistema consiga apresentar alguma variação. Para este trabalho, esse parâmetro é denominado PRBS  *Holding Factor*, e após a captura de alguns dados da dinâmica do sistema, obteve-se que o melhor valor era de 50. Portanto, a planta do motor recebe um novo valor da sequência PRBS a cada 50 ms.

Figura 30 – Sequência PRBS Aplicada ao Motor DC



Fonte: Autor

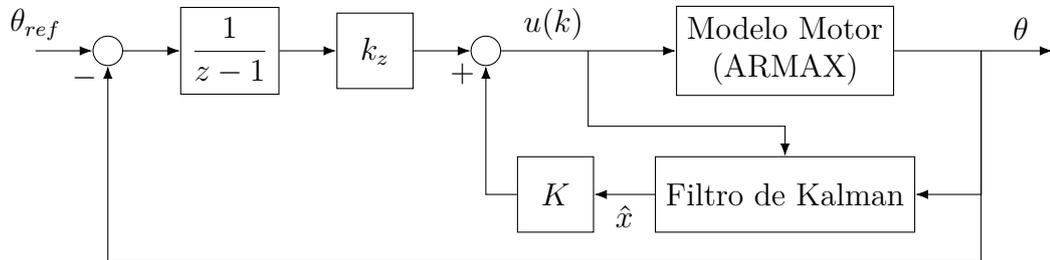
A partir da escolha desses parâmetros, foram capturadas 20.000 amostras do teste dinâmico por meio de um *Script* na linguagem de programação Python. Esses dados representam 20 s da dinâmica do motor, e serão apresentados na [seção 4.1](#).

Para o processo de identificação, optou-se pela utilização da representação matemática ARMAX com 2 repressores de entrada, 2 de saída e 2 para modelar o ruído. A decisão dessa estrutura foi fundamentada na justificativa apresentada na [subseção 2.2.2.2](#), e a ordem do modelo foi definida com base em modelos de motores DC encontrados na literatura.

Tendo concluído o processo de identificação da dinâmica do motor, a fim de possibilitar o funcionamento do motor DC como servomotor buscou-se por um controlador ótimo  $\mathcal{H}_2$  com rastreamento de referência, seguindo a estrutura apresentada na [Figura 31](#). Onde é possível visualizar a presença do Filtro de Kalman, que é implementado tendo em

vista que apenas o primeiro estado do sistema identificado possui significado físico. Na [seção 4.1](#) é apresentado o controlador obtido e a validação de seu funcionamento.

Figura 31 – Malha de controle do servomotor.



Fonte: Autor

### 3.2.2 Suspensão ativa

Com base no modelo obtido para o servomotor, o mesmo procedimento de identificação foi realizado para a planta completa, ou seja, a suspensão ativa. No entanto, ao invés de variar diretamente o valor do PWM aplicado ao motor, foi gerado uma sequência PRBS para valores de ângulo de referência que serão utilizados pela malha de controle do servomotor.

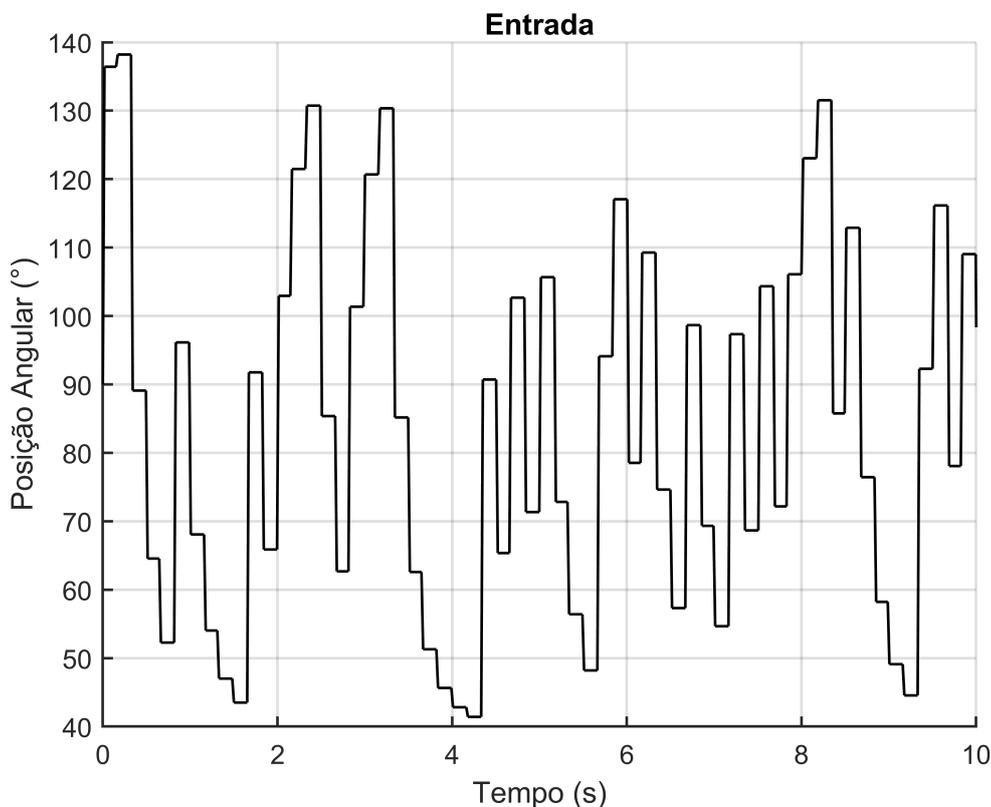
O tempo de amostragem para essa segunda identificação foi definido com base nas frequências de interesse do sistema, situadas entre 4 Hz e 8 Hz. Outro ponto considerado foi o atraso de leitura do MPU6050, que, no caso do uso de filtros no sinal, geraria um atraso máximo de 19 ms. Com base no que foi apresentado na [subseção 2.3.1](#), temos que o valor máximo de atraso do MPU6050 permitiria uma taxa de amostragem cerca de 6 vezes acima da maior frequência de interesse, que se encontra na faixa de valores normalmente empregada em aplicações práticas. Dessa forma, adotou-se a taxa de amostragem  $T_s = 19$  ms.

A partir deste tempo de amostragem, foi gerada uma nova sequência PRBS, apresentada na [Figura 32](#), através da aplicação de ângulos  $\theta_{ref}$  ao controlador do servomotor com variação em amplitude entre  $40 \leq \theta_{ref} \leq 140$ , seguindo um  *Holding Factor*  de 7, sendo este o valor que melhor permitiu a dinâmica do sistema ser excitada. Com base nesse fator, o sistema recebe um novo valor da sequência PRBS a cada 133 ms.

Considerando que o tempo de amostragem do sistema geral é 19x maior do que o do motor, foi realizada a captura de apenas 5000 amostras do teste dinâmico por meio do mesmo *Script* em Python. Esses dados representam 95 s da dinâmica do sistema de suspensão ativa, e serão apresentados na [seção 4.2](#).

Para o processo de identificação, assim como no caso do servomotor, foi utilizado a representação ARMAX, onde considerando que o modelo proposto por [Arana, Evangelou](#)

Figura 32 – Sequência PRBS Aplicada à Suspensão Ativa



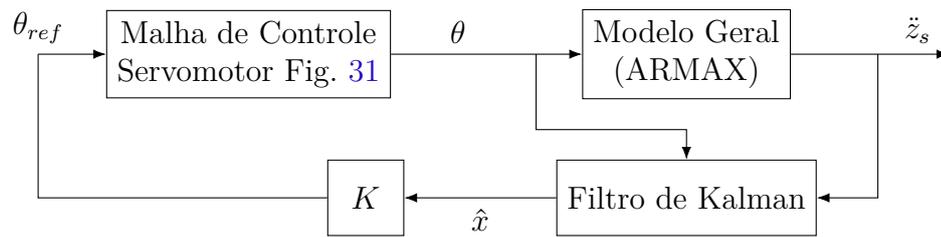
Fonte: Autor

e Dini (2014) é de 5ª ordem, foi definida a utilização de 5 regressores para a entrada e saída, e 2 para modelagem do ruído.

Tendo concluído o processo de identificação da dinâmica geral da suspensão ativa, pode-se analisar que o objetivo do controlador a ser aplicado nessa planta é de regular a aceleração vertical da massa suspensa,  $\ddot{z}_s$ , a partir disso tem-se que o controlador ótimo  $\mathcal{H}_2$  a ser obtido deve possuir a estrutura do regulador apresentado na Figura 33. Onde é possível visualizar que a planta de controle do servomotor faz parte da dinâmica interna do sistema de suspensão ativa, assim como a presença do Filtro de Kalman, que é implementado devido a não ser possível mensurar todos os estados do sistema identificado, já que apenas o primeiro estado possui significado físico. Na seção 4.2 será apresentado o controlador obtido assim como a sua validação.

Ao que se refere a análise e validação do sistema de suspensão ativa sobre a presença de distúrbios externos, realizou-se a aplicação de sinais senoidais do tipo  $w_i = A \sin(\omega_i t)$  por meio do mecanismo de came apresentado na Figura 20. Foram gerados três sinais de distúrbios diferentes com base nos parâmetros apresentados na Tabela 1. Os parâmetros de frequência foram definidos levando em consideração os limites de rotação do motor DC do mecanismo de distúrbio, sendo  $\omega_1$  o valor máximo de frequência possível de ser aplicado

Figura 33 – Malha de controle do servomotor.



Fonte: Autor

considerando a limitação de funcionamento do conjunto motor e caixa de redução.

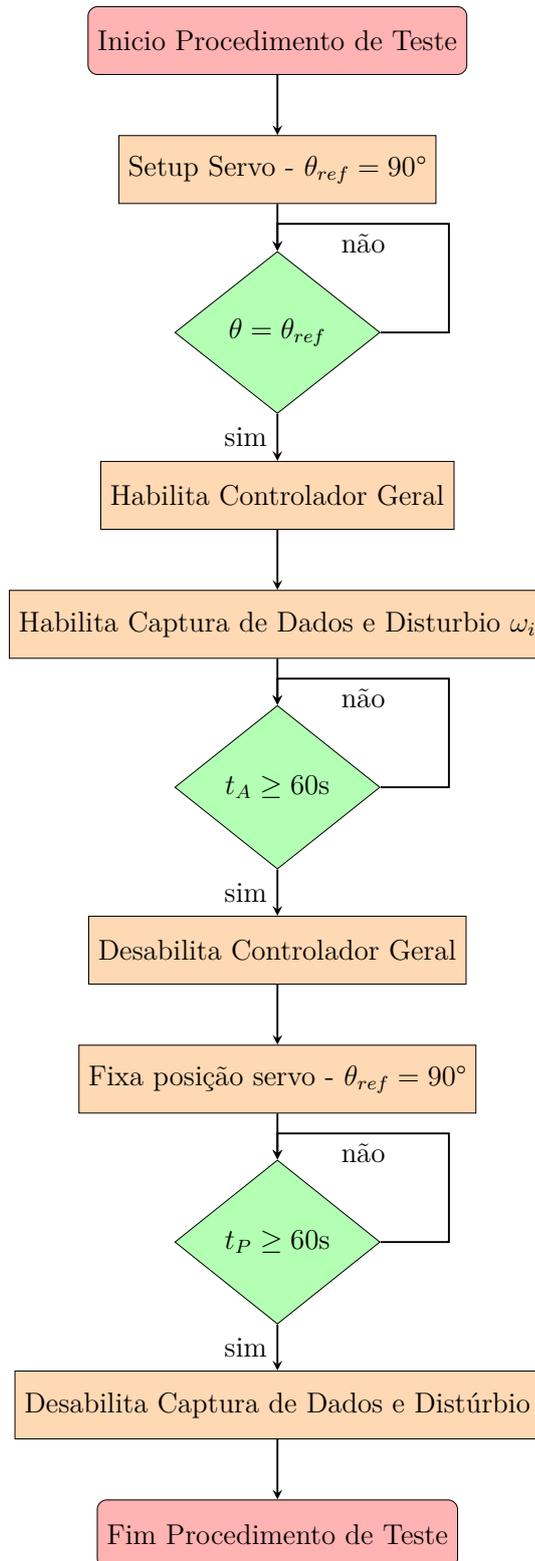
Tabela 1 – Parâmetros dos distúrbios aplicados para avaliação do controlador geral do sistema de suspensão ativa

Parâmetro	Valor
$A$	30 mm
$\omega_1$	11,68 rad/s
$\omega_2$	9,73 rad/s
$\omega_3$	5,87 rad/s

Fonte: Autor

Com o objetivo de assegurar a repetibilidade dos testes de validação, foi seguido o procedimento apresentado na [Figura 34](#) para os diferentes tipos de distúrbios propostos. As respostas dos sistema *ativo* e *passivo* para os diferentes distúrbios, obtidas a partir deste procedimento, serão apresentadas no [seção 4.3](#).

Figura 34 – Procedimento para validação do controlador da Suspensão Ativa.



Fonte: Autor

## 4 Resultados

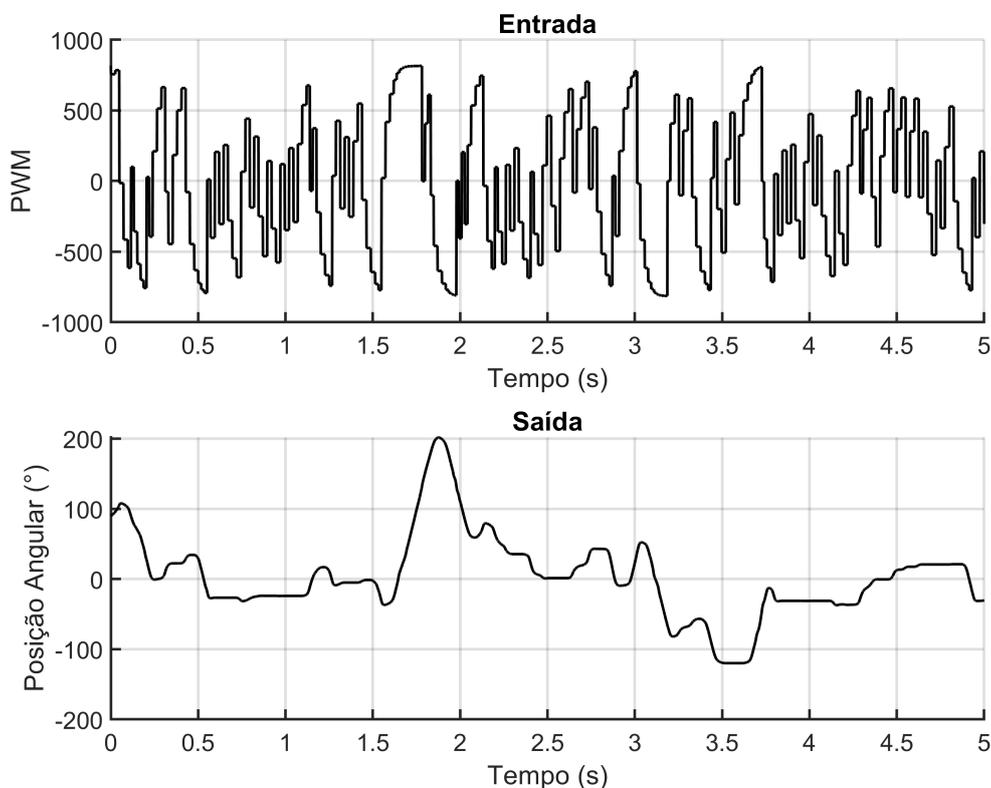
Neste capítulo, serão apresentados os resultados referentes ao processo de identificação dos sistemas, controladores obtidos e dos testes executados para cada validação realizada. Serão apresentadas gráficos da resposta do servomotor e do sistema ativo, além de resultados comparativos entre o sistema de suspensão passiva e ativa.

### 4.1 Servomotor – Mecanismo SAVGS

#### 4.1.1 Sistema identificado

A partir do processo de identificação realizado, foi obtida a posição angular do eixo do motor DC apresentada na [Figura 35](#), este gráfico apresenta uma pequena região do total de dados capturados para a identificação do sistema.

Figura 35 – Teste Dinâmico Motor



Fonte: Autor

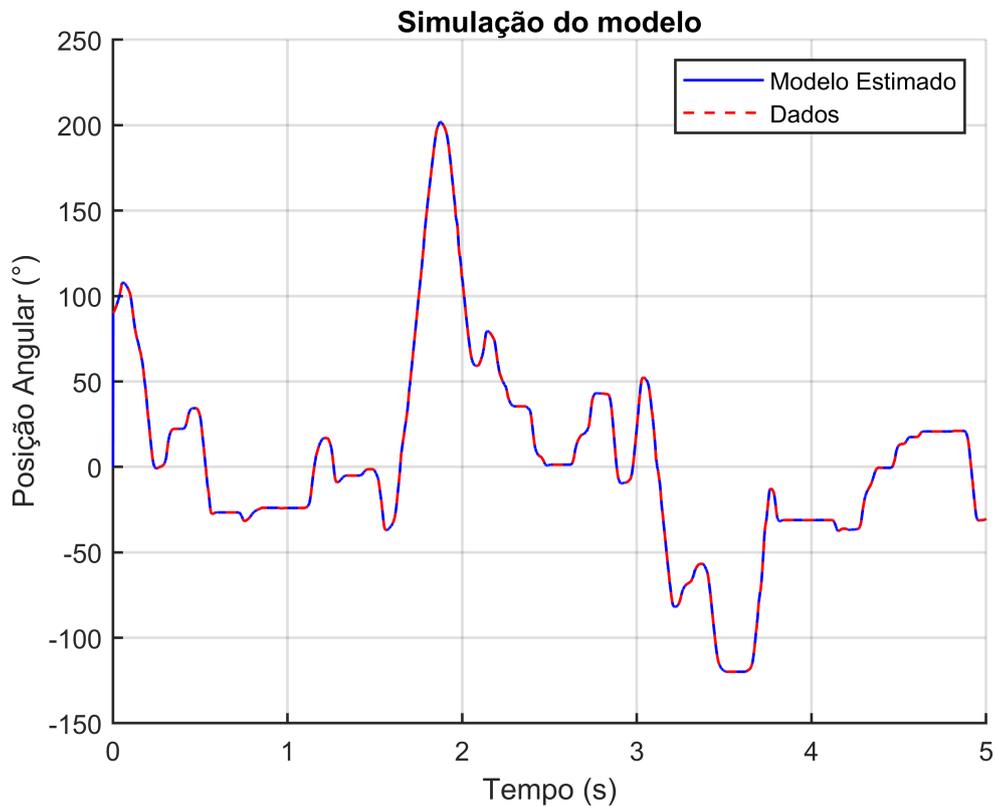
Com a disponibilidade desses dados, e a partir da representação ARMAX escolhida, foi possível aplicar o algoritmo de estimação de mínimos quadrados estendidos (EMQ), a

fim de obter os polinômios da [Equação 4.1](#) para o modelo identificado.

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 - 1,9753q^{-1} + 0,9753q^{-2} \\ B(q) &= 2,5993 \times 10^{-5}q^{-1} + 1,7249 \times 10^{-6}q^{-2} \\ C(q) &= 1 - 0,4088q^{-1} + 0,1165q^{-2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

A efetividade desse modelo foi avaliada através da execução de uma simulação de um passo a frente, na qual o modelo estima a saída futura da planta com base na entrada atual e saídas anteriores do próprio sistema. A simulação é apresentada na [Figura 36](#), onde foi constatado que o comportamento do modelo é extremamente semelhante aos dados obtidos a partir do teste dinâmico.

Figura 36 – Simulação de um passo a frente do modelo identificado para o servomotor.



Fonte: Autor

#### 4.1.1.1 Controle de posição angular

Para a obtenção do controlador ótimo  $\mathcal{H}_2$  que resolve o problema de rastreamento levando em consideração a  $\mathcal{D}$ -Estabilidade e que é representado pelo problema de otimização da [Equação 2.34](#), foi necessário converter o modelo obtido na forma apresentada na [Equação 4.1](#) para o espaço de estados. Esse processo de conversão utiliza o método proposto por [Gu e Ding \(2012\)](#), que visa representar o sistema na forma canônica observável. O

resultado da conversão é apresentado na [Equação 4.2](#).

$$\begin{cases} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1,9753 & 1 \\ -0,9753 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 2,5993 \times 10^{-5} \\ 1,7249 \times 10^{-6} \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \end{cases} \quad (4.2)$$

Foram realizadas algumas iterações com variação do valor de raio  $r$  relacionado a  $\mathcal{D}$ -estabilidade, buscando encontrar um controlador que alcançasse tempo de acomodação suficientemente rápido para não afetar a dinâmica da segunda malha de controle. O controlador que melhor se encaixou a essas características foi obtido para o valor de  $r = 0,90$ , com norma  $\mathcal{H}_2 = 230,8299$  e ganhos apresentados na [Equação 4.3](#).

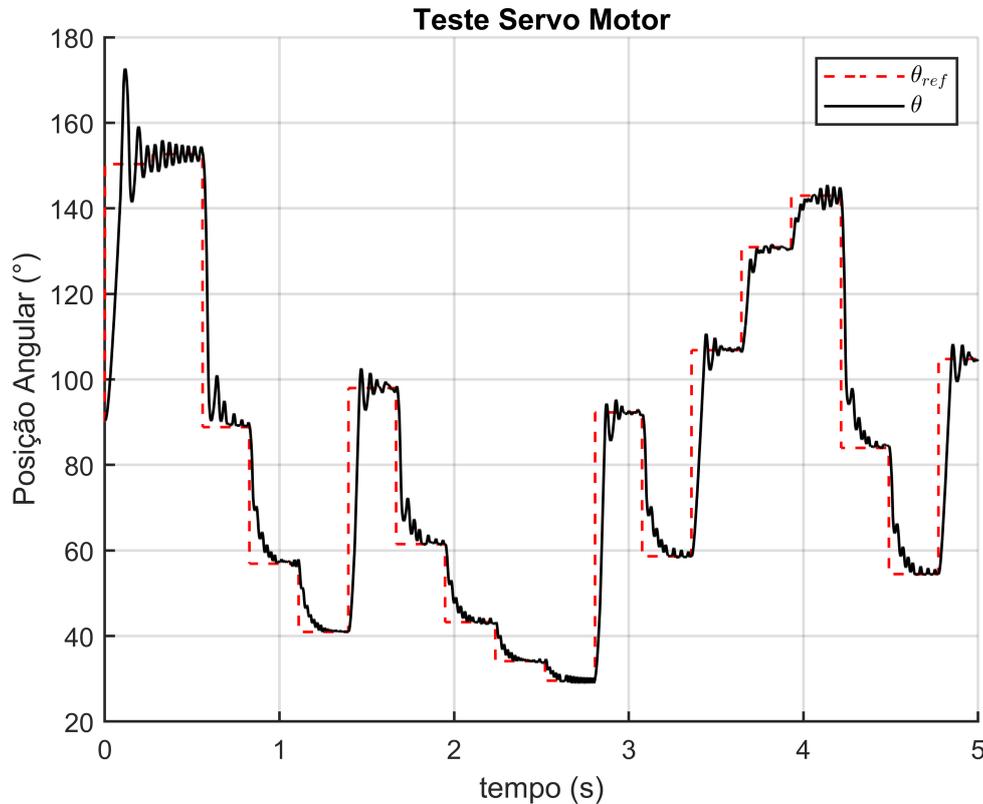
$$K = \begin{bmatrix} -12389,8120 & -10470,1957 & 139,4242 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Tendo em vista que apenas o primeiro estado do sistema identificado possui significado físico, representando a posição angular, aplicou-se o Filtro de Kalman apresentado na [subseção 2.3.5](#) com matrizes  $Q = [1 \times 10^{-5}]$ , e  $R = [1 \times 10^{-6}]$ , a fim de obter uma estimativa ótima para os estados sem significado físico assim como filtrar ruídos presente naquele que é mensurado. A escolha de tais matrizes foram feitas através de testes práticos, onde os valores apresentados melhor se encaixaram a dinâmica do sistema.

O comportamento deste controlador, com a aplicação do Filtro de Kalman, foi avaliado de forma prática através da aplicação de sinais de referência do tipo degrau com amplitude variável, como apresentado na [Figura 37](#).

Analisando a resposta obtida, é possível verificar que o controlador é capaz de seguir a referência fornecida com um tempo de acomodação suficientemente rápido. Outro ponto perceptível é a presença de sobressinal na resposta do servomotor. Este sobressinal apresenta amplitude baixa para grande parte do comportamento, com valores elevados apenas nos casos em que são aplicados degraus com valor próximo de  $180^\circ$  e taxa de variação grande. Isto ocorre devido a esse ângulo representar um ponto de equilíbrio instável causado pela presença da carga do conjunto mola-amortecedor.

Figura 37 – Teste prático do sistema servomotor.



Fonte: Autor

## 4.2 Suspensão Ativa

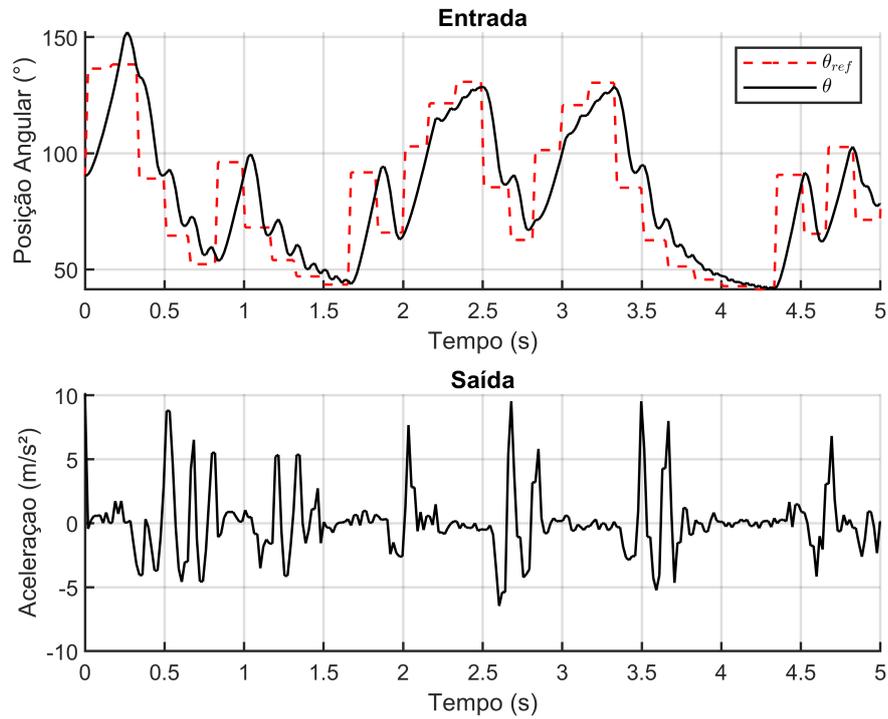
Com base no processo de identificação realizado, foi obtida a resposta de aceleração vertical  $\ddot{z}_s$  da massa suspensa apresentada na [Figura 38](#), assim como para o servomotor este gráfico apresenta apenas uma pequena região do total de dados capturados.

A partir desses dados e do modelo ARMAX, obteve-se os polinômios da [Equação 4.4](#), após a aplicação do algoritmo dos mínimos quadrados estendidos (EMQ).

$$\begin{aligned}
 A(q) &= 1 - 0,5652q^{-1} - 0,1475q^{-2} + 0,3042q^{-3} + 0,0053q^{-4} - 0,0673q^{-5} \\
 B(q) &= 0,2995q^{-1} - 0,3836q^{-2} - 0,0402q^{-3} + 0,0340q^{-4} + 0,0902q^{-5} \\
 C(q) &= 1 - 0,1950q^{-1} - 0,4340q^{-2}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

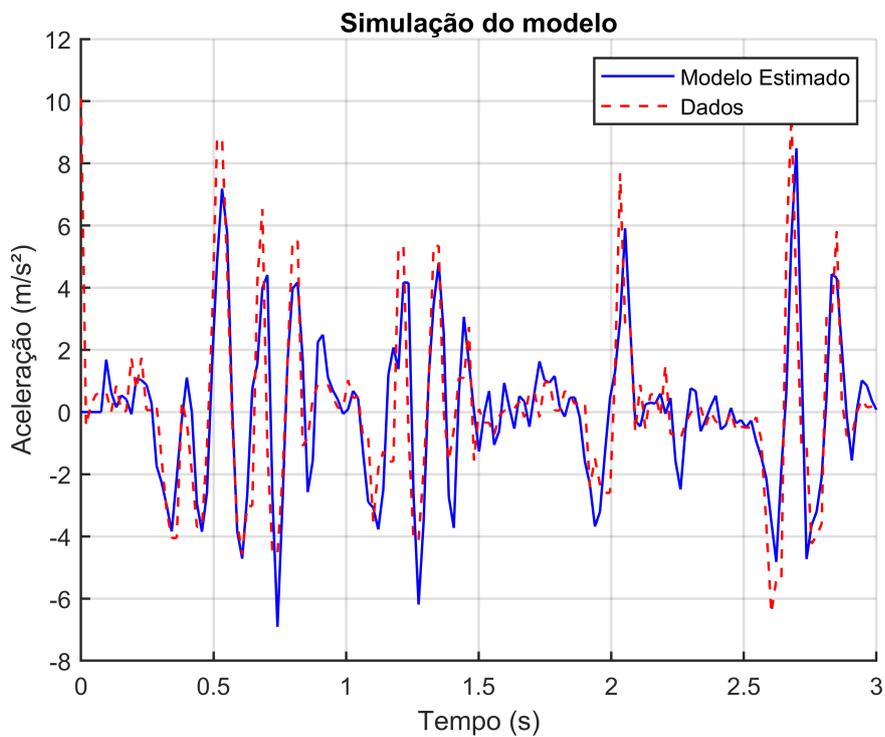
A validação desse modelo foi avaliada através da execução de uma simulação de um passo a frente, apresentada na [Figura 39](#). Observa-se que modelo possui uma forte capacidade de acompanhar a variação dos dados, embora tenha dificuldade em acertar com precisão os valores de pico. No entanto, mesmo com a precisão reduzida em relação aos valores de pico, o erro geral apresentado pelo modelo não é tão significativo. Dessa forma, ele foi considerado representativo para a dinâmica da planta geral, especialmente levando em consideração a forte presença de ruídos na leitura do acelerômetro.

Figura 38 – Teste dinâmico da suspensão ativa.



Fonte: Autor

Figura 39 – Simulação de um passo a frente do modelo identificado para o sistema ativo.



Fonte: Autor

### 4.2.1 Controle da Suspensão Ativa

Com base no modelo obtido para a dinâmica geral da planta e após o mesmo procedimento de conversão (GU; DING, 2012), obteve-se a representação no espaço de estado apresentada na Equação 4.5, para qual será obtido um controlador ótimo  $\mathcal{H}_2$  considerando o problema de regulação que é representado pelo problema de otimização da Equação 2.34.

$$\left\{ \begin{array}{l} x(k+1) = \begin{bmatrix} 0,5652 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1475 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,3042 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0,0053 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,0673 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0,2995 \\ -0,3836 \\ -0,0402 \\ 0,0340 \\ 0,0902 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k) \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Da mesma forma que para o servomotor, foram realizadas algumas iterações com variação do raio  $r$  a fim de aprimorar o comportamento geral do controlador. Assim, o controlador que melhor se ajustou foi obtido para o valor de  $r = 0,943$ , com norma  $\mathcal{H}_2 = 1,0651$  e ganhos apresentados na Equação 4.6.

$$K = \begin{bmatrix} -1,3421 & -2,2099 & 1,0631 & 0,9955 & 0,9279 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

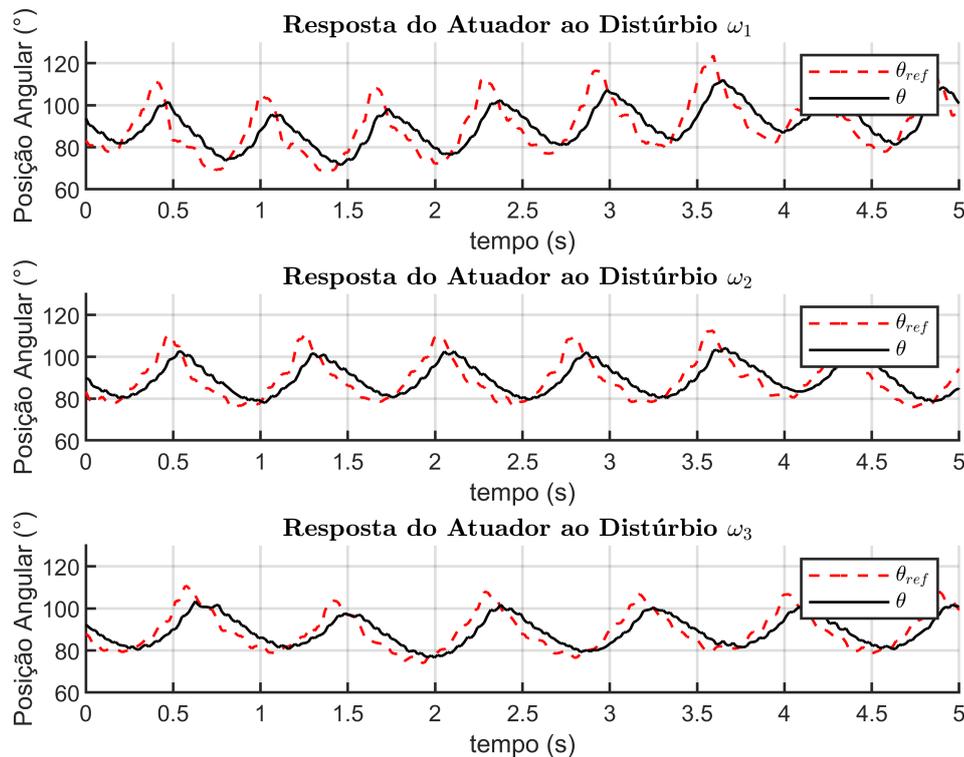
Tendo a mesma consideração a cerca dos estados do sistema identificado, de que apenas o primeiro possui significado físico, representando a aceleração vertical, aplicou-se o Filtro de Kalman, subseção 2.3.5, com matrizes  $Q$  e  $R$ , apresentadas na Equação 4.7.

$$Q = \begin{bmatrix} 2,1 \times 10^{-5} \end{bmatrix}, \quad R = 1 \times 10^{-5} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Para o caso do controle do sistema ativo a aplicação do filtro foi primordial não apenas para estimar os estados sem significado físico, mas também para filtrar a leitura de aceleração, já que nela consta a presença de muito ruído. A escolha das matrizes  $Q$  e  $R$  foi feita através de testes práticos.

A fim de validar o controlador foram aplicados os distúrbios  $\omega_i$ , apresentados no Capítulo 3, onde a resposta do atuador a esses distúrbio pode ser visualizada na Figura 40.

Figura 40 – Resposta do atuador aos diferentes distúrbios aplicados.



Fonte: Autor

Através desses gráficos é possível visualizar uma leve diferença entre o sinal de controle  $\theta_{ref}$  e o valor de posição real do motor  $\theta$ , essa diferença se deve à presença de atraso na dinâmica do motor, no entanto, mesmo com a presença deste atraso, tem-se um comportamento aceitável para o rastreamento da referência gerada.

### 4.3 Resposta à Distúrbios da Suspensão Ativa

A resposta do sistema de suspensão ativa, em relação a aceleração vertical, foi obtida a partir dos mesmos testes realizados para a validação do controlador geral apresentado na seção anterior. Onde foi possível gerar os gráficos apresentados nas [Figura 41](#), [Figura 42](#) e [Figura 43](#) que representam 5 segundos do total de 60 segundos de cada teste realizado. Em cada gráfico é apresentada a aceleração da massa suspensa  $\ddot{z}_s$  para o sistema de Suspensão Passiva, sem ação do controlador geral, e Ativa, com ação do controlador geral. Neles também é possível observar o comportamento senoidal do distúrbio aplicado e comparar o valor de amplitude máxima e mínima para a aceleração em ambos os sistemas.

Embora a representação gráfica ofereça uma visualização direta do comportamento do sistema, a validação efetiva do desempenho da suspensão ativa ocorre ao aplicar

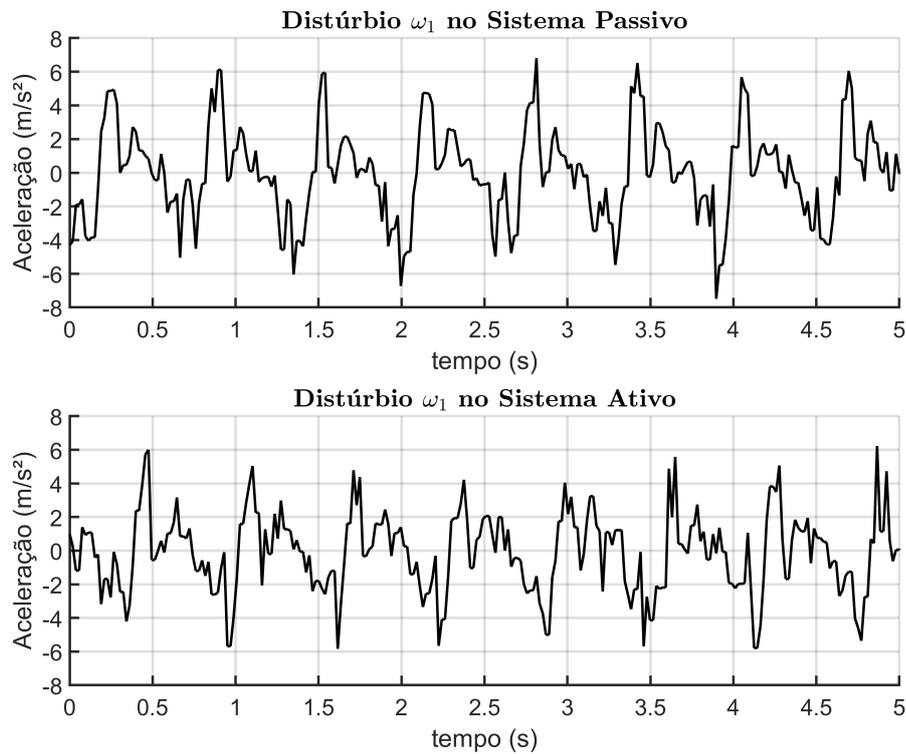
os critérios apresentados na [subseção 2.1.8](#). Dessa forma, foram obtidos os valores da aceleração RMS,  $a_{rms}$ , e aceleração RMS ponderada,  $a_w$ , para a suspensão ativa e passiva em resposta aos diferentes distúrbios gerados. Para cada parâmetro também é realizado o cálculo da taxa de variação percentual comparativa para os casos do controlador estar ativo ou não, essas informações são apresentadas na [Tabela 2](#).

Tabela 2 – Resultados obtidos nos testes de suspensão. Os termos  $a_{rms}$ ,  $a_w$  e  $\Delta\%$  correspondem a aceleração RMS, aceleração RMS ponderada pela norma [ISO 2631 \(1997\)](#) e diferença percentual, respectivamente. A diferença percentual é calculada para ambas as acelerações a partir da expressão:  $\Delta\% = (a_{ativa} - a_{passiva})/a_{passiva} \times 100$ .

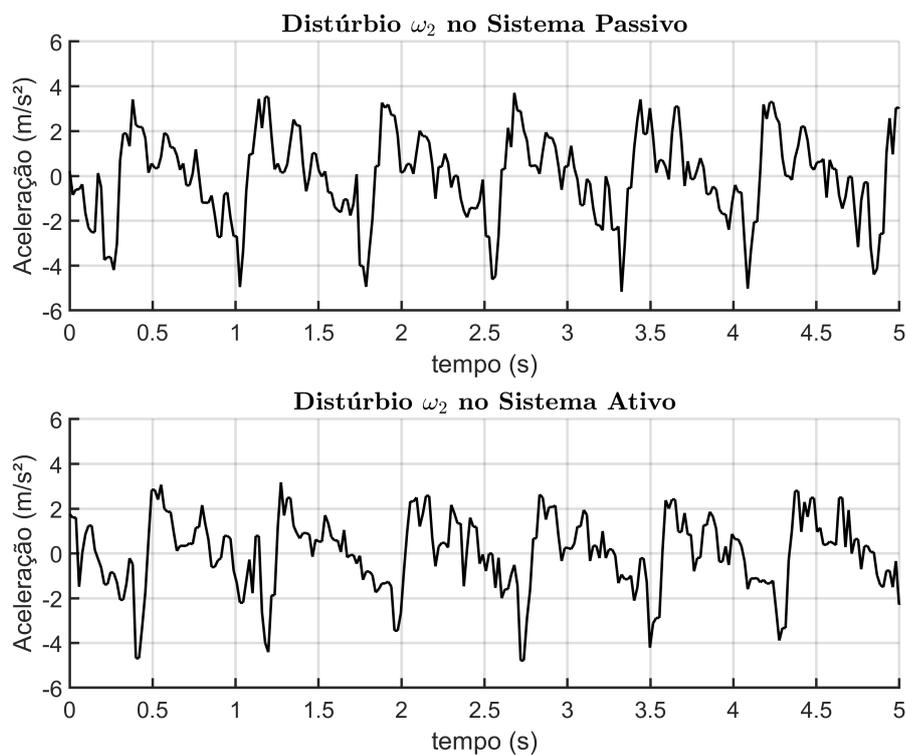
Distúrbio	$\omega_1$		$\omega_2$		$\omega_3$	
	Passiva	Ativa	Passiva	Ativa	Passiva	Ativa
$a_{rms}$	2,78	2,46	1,92	1,60	1,47	1,39
$\Delta \%$	-11,67		-16,52		-5,55	
$a_w$	2,16	2,029	1,506	1,245	1,122	1,09
$\Delta \%$	-6,46		<b>-20,96</b>		-2,94	

Fonte: Autor

A partir dessa tabela é possível visualizar a redução dos valores de aceleração quando o sistema ativo é habilitado, sendo esse valor reduzido de forma mais significativa para o distúrbio  $\omega_2$ , onde o valor ponderado, com base no método apresentado pela [ISO 2631 \(1997\)](#), apresenta uma redução ainda maior. Por consequência pode-se afirmar que os valores de aceleração para esse distúrbio estão claramente na faixa de interesse para a análise de conforto, de forma a demonstrar que o sistema ativo é capaz de atuar na melhoria do conforto do piloto durante a condução do veículo.

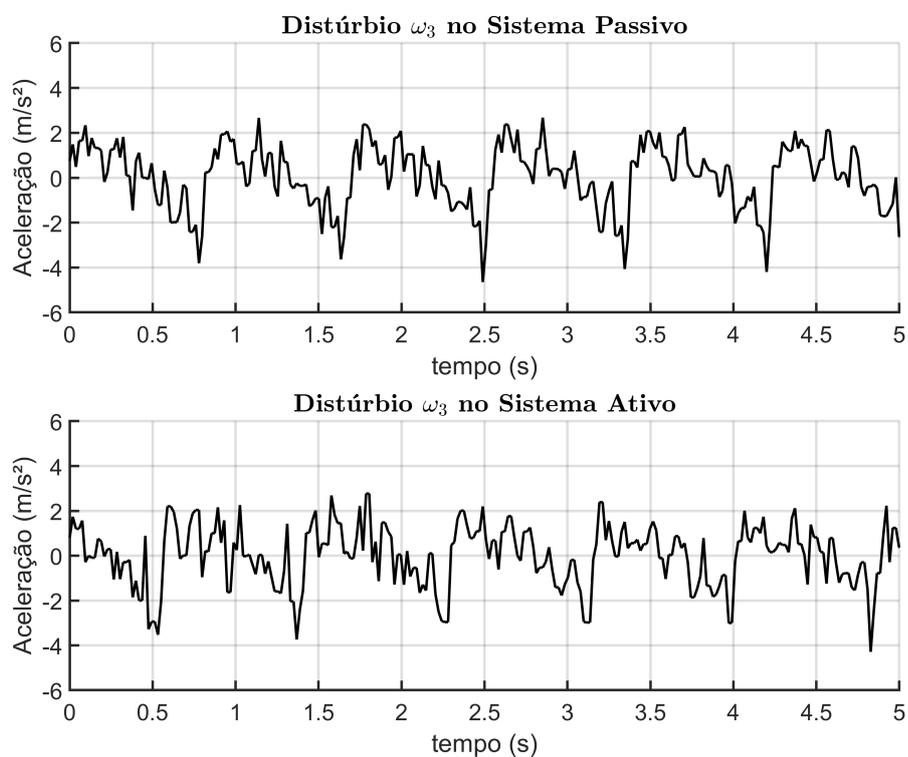
Figura 41 – Aplicação do ruído  $\omega_1$  ao sistema de suspensão.

Fonte: Autor

Figura 42 – Aplicação do ruído  $\omega_2$  ao sistema de suspensão.

Fonte: Autor

Figura 43 – Aplicação do ruído  $\omega_3$  ao sistema de suspensão.



Fonte: Autor

## 5 Conclusões

Neste trabalho, foi apresentado o projeto e a construção de uma planta em escala reduzida de um sistema de suspensão, representando 1/4 de carro, equipada com um sistema de controle ativo para a regulação da aceleração vertical.

A modelagem 3D e construção da planta física permitiram a realização de validações em ambiente real, enquanto a integração bem-sucedida dos sistemas mecânico, elétrico e computacional proporcionou uma plataforma operacional para a realização de técnicas de identificação de sistemas.

Ao aplicar técnicas de controle robusto para sistemas de suspensão ativa e testar o comportamento da planta de controle, destaca-se a eficácia do controlador ótimo  $\mathcal{H}_2$ , obtido a partir do problema de otimização apresentado na [Equação 2.34](#). Que permitiu reduções significativas no índice de conforto escolhido, sendo este índice a aceleração RMS ponderada definida pela [ISO 2631 \(1997\)](#), chegando a redução máxima de 20,96%, conforme detalhado na [Capítulo 4](#).

A análise desses resultados demonstra a efetividade do sistema e do controlador, mesmo diante das limitações do mecanismo de atuação SAVGS. Os percentuais obtidos sugerem melhorias notáveis no conforto do piloto durante a condução do veículo sob diferentes distúrbios verticais. O controlador  $\mathcal{H}_2$  evidenciou sua eficácia ao mitigar efeitos adversos, revelando robustez e proporcionando um desempenho satisfatório, mesmo em face de não-linearidades e ruídos no sensoriamento do sistema físico.

### 5.1 Trabalhos Futuros

Com base na construção do mecanismo de suspensão ativa para 1/4 de carro, com ênfase em conforto, abrem-se novas possibilidades que podem ser estudadas em trabalhos posteriores, principalmente sobre a perspectiva de diferentes ênfases, como o conceito de dirigibilidade, ou até mesmo em ênfases híbridas para conforto e dirigibilidade.

Outra possibilidade não abrangida pelo presente trabalho é a de controle da posição da suspensão do veículo com base na realização de manobras específicas, como esterçamento e baliza. Ou até mesmo para controle de altura do veículo em casos de mudança de carga na massa suspensa.

Considerando ainda que as possibilidades de aplicações para o modelo de 1/4 de carro são limitadas, seria possível expandir o modelo para a utilização de um carro completo, que permitiria a realização de análises mais complexas da dinâmica inteira do veículo, dessa forma englobando conceitos tais quais rolagem e arfagem que estão presentes

durante a realização de manobras reais.

# Referências

- AGUIRRE, L. *Introdução à Identificação de Sistemas*. [S.l.: s.n.], 2015. ISBN 978-85-423-0079-6. Citado 11 vezes nas páginas 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 37, 38 e 49.
- AGUIRRE, L. *Controle de Sistemas Amostrados, Segunda Edição*. [S.l.: s.n.], 2023. ISBN 978-65-8706-565-6. Citado na página 35.
- AGUIRRE, L. A. et al. *Enciclopédia de Automática*. [S.l.]: Blucher, 2007. v. 1. Citado na página 34.
- ARANA, C.; EVANGELOU, S.; DINI, D. Series active variable geometry suspension for road vehicles. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 20, p. 361–372, 7 2014. Citado 5 vezes nas páginas 13, 19, 20, 41 e 52.
- ARANA, C.; EVANGELOU, S. A.; DINI, D. Series active variable geometry suspension application to comfort enhancement. *Control Engineering Practice*, v. 59, p. 111–126, 2017. ISSN 0967-0661. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- BAHMANI, M. *Investigation of the contribution of intelligent suspension system on ride comfort and road holding quality in autonomous vehicles: A case study at Volvo Cars Corporation*. 60 p. Dissertação (Mestrado) — School of Electrical Engineering and Computer Science (KTH), 2021. Citado na página 22.
- CATS, E. *MPU6050 by Electronic Cats - Library for Arduino*. 2020. Disponível em: <<https://github.com/ElectronicCats/mpu6050>>. Citado na página 45.
- CHILALI, M.; GAHINET, P.; APKARIAN, P. Robust pole placement in lmi regions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 44, p. 2257–2270, 1999. ISSN 00189286. Citado na página 35.
- DIXON, J. C. *The Shock Absorber Handbook*. [S.l.]: Wiley, 2007. ISBN 9780470510209. Citado na página 22.
- DULLERUD, G. E.; PAGANINI, F. *A Course in Robust Control Theory*. [S.l.]: Springer New York, 2000. v. 36. ISBN 978-1-4419-3189-4. Citado na página 31.
- GAO, H.; SUN, W.; KAYNAK, O. Vibration suppression of vehicle active suspension systems in finite frequency domain. In: . [S.l.]: IEEE, 2009. p. 5170–5175. ISBN 978-1-4244-3871-6. Citado na página 16.
- GILLESPIE, T. D. T. D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. [S.l.]: Society of Automotive Engineers, 1992. ISBN 1560911999. Citado na página 20.
- GU, Y.; DING, R. Observable state space realizations for multivariable systems. *Computers & Mathematics with Applications*, v. 63, p. 1389–1399, 5 2012. ISSN 08981221. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 60.
- IKENAGA, S. et al. Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model. In: . [S.l.]: IEEE, 2000. p. 4019–4024 vol.6. ISBN 0-7803-5519-9. Citado na página 17.

- INDIAMART. Omron e6b2-cwz5b 360p/r 0.5m oms encoder. 2014. Disponível em: <<https://www.indiamart.com/proddetail/omron-e6b2-cwz5b-360p-r-0-5m-oms-encoder-2852510260888.html>>. Citado na página 46.
- ISO 2631. *ISO 2631:1997 - Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration – Part 1: General Requirements*. [S.l.], 1997. Citado 5 vezes nas páginas 14, 23, 24, 62 e 65.
- JUNIOR, A. E. de A. S. Análise da dinâmica vertical de um protótipo baja sae e modelagem em ambiente multicorpos. 2022. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 39.
- KIM, C.; RO, P. I. Reduced-order modelling and parameter estimation for a quarter-car suspension system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, v. 214, p. 851–864, 2000. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 18.
- KOETER, J. *What's an LFSR?* 1996. Citado na página 26.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. *Race Car Vehicle Dynamics*. [S.l.]: SAE International, 1995. ISBN 9780768001037. Citado na página 21.
- MOHANAN, V. *DOIT ESP32 DevKit V1 Wi-Fi Development Board – Pinout Diagram & Arduino Reference*. 2022. Disponível em: <<https://www.circuitstate.com/pinouts/doit-esp32-devkit-v1-wifi-development-board-pinout-diagram-and-reference/>>. Citado na página 48.
- OLIVEIRA, V.; AGUIAR, M.; VARGAS, J. *Engenharia de Controle: Fundamentos e Aulas de Laboratório*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2017. ISBN 9788535245264. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- OZARSLAN, M.; ŞAHİN, F. Ride comfort-road holding trade-off improvement of full vehicle active suspension system by interval type-2 fuzzy control. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, v. 24, 5 2020. Citado na página 18.
- ROBOCORE. *Módulo Driver Ponte H - L298N*. 2024. Disponível em: <<https://www.robocore.net/driver-motor/driver-motor-ponte-h-l298n>>. Citado na página 47.
- SGMADA. *PG-45 45mm planetary gear motor*. 2024. Disponível em: <<https://sggearbox.com/pg-45-45mm-planetary-gear-motor/>>. Citado na página 47.
- SMITH, C. *Tune to Win: The Art and Science of Race Car Development and Tuning*. [S.l.]: Osprey, 1987. ISBN 9780850458084. Citado na página 22.
- ZHOU, K.; DOYLE, J. C. *Essentials of robust control*. [S.l.]: Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 1998. v. 104. Citado na página 33.